Propuesta didáctica para la enseñanza de proporcionalidad a estudiantes de grado séptimo haciendo uso del aprendizaje significativo en diversos contextos

Claudia Bibiana Serrano Flórez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Bogotá, Colombia

2017

Propuesta didáctica para la enseñanza de proporcionalidad a estudiantes de grado séptimo haciendo uso del aprendizaje significativo en diversos contextos

Claudia Bibiana Serrano Flórez

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:

Magister en la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director (a):

PhD. Clara Helena Sánchez Botero

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Bogotá, Colombia

2017

Agradecimientos

Agradezco de manera muy especial a una persona que con su dedicación, disposición, colaboración, profesionalismo, retroalimentaciones constantes, confianza y gran sabiduría con sus aportes hicieron posible el desarrollo y culminación del presente trabajo a la Doctora **Clara Helena Sánchez Botero**.

A mi esposo John Varón que me apoyo, acompaño y me dio su amor en todo momento, a mis hijos Lizeth y Jhon por su confianza y cariño quienes fueron mi fortaleza en los momentos difíciles.

A mi madre Aurora Flórez que siempre confió en mí, me brindo su amor, protección, dedicación y ha estado presente en todos los momentos importantes de mi vida.

A los directivos del Liceo Colombia por su colaboración y apoyo.

A los estudiantes de grado séptimo que me colaboraron y me tuvieron toda la paciencia del mundo, los cuales se convirtieron en la razón de ser del presente trabajo.

Resumen

En este trabajo se hace una propuesta didáctica para mejorar el aprendizaje de los conceptos involucrados en la proporcionalidad. A través del uso del Aprendizaje Significativo como estrategia metodológica, la propuesta se hace para estudiantes de ciclo tres, específicamente de grado séptimo. En este trabajo se hace una reflexión sobre el uso de los conceptos de razón y proporción en diversos contextos, con el fin de trabajar la transversalidad de las matemáticas con otras ciencias y la vida cotidiana. El contexto del trabajo está dado por aspectos histórico epistemológicos, aspectos disciplinares y el marco didáctico. La secuencia didáctica está formada por las actividades que fueron implementadas y aplicadas a los 32 estudiantes de grado séptimo del Liceo Colombia, en Bogotá, con el objetivo principal de mejorar su aprendizaje en el razonamiento proporcional.

Palabras clave: Razón, Proporción, Aprendizaje Significativo.

Abstract

This work is a didactic sequence is made to improve the learning of some concepts related to proportionality. Through Significant Learning as a methodological strategy, we made a sequence for cycle three students, specifically seventh grade. We consider the use of ratio and proportion concepts in different contexts, in order to work with them in mathematics together with other sciences and common daily activities. The context of the work is given by epistemological historical aspects, disciplinary aspects and the didactic framework. The didactic sequence consists of the activities that were implemented and applied to the 32 seventh grade students of the Liceo Colombia, in Bogotá, with the main objective of improving their learning in proportional reasoning.

Keywords: Reason, Proportion, Significant Learning.

Contenido

Lista de figuras

Pág.

.

Lista de tablas

Pág.

Introducción

En los últimos siete años he trabajado en los Liceos del Ejército, ubicados en Bogotá. El Liceo Colombia es una institución educativa de régimen especial y de carácter oficial, se rige bajo las normas y políticas del Comando del Ejército Nacional de Colombia y la Dirección General de los Liceos. En los aspectos académicos de promoción y títulos curriculares, de calendario, PEI y Gobierno Escolar se rigen por las normas del Ministerio de Educación Nacional. El Liceo está ubicado en la localidad de Suba y presta el servicio a estudiantes de estratos dos, tres y cuatro, hijos de Oficiales, Suboficiales, Soldados Profesionales y Civiles del Ejército en actividad y en retiro; se cuenta con alrededor de 460 estudiantes en total. El nivel académico hasta ahora alcanzado en las Pruebas Saber es de *muy superior* y se ha mantenido así durante los últimos cuatro años.

El Liceo cuenta con dos laboratorios, dos aulas especializadas, una red de internet y algunas herramientas tecnológicas que no son suficientes para la demanda poblacional del instituto. Además, la falta de mantenimiento preventivo y correctivo de ellas hace que los pocos recursos didácticos se encuentren en un alto grado de deterioro; la red de internet no es lo bastante estable como para acceder a herramientas virtuales que nos permitan mejorar los procesos de enseñanza, lo que nos lleva a recurrir a otro tipo de actividades para alcanzar los objetivos planteados en nuestra labor docente. La institución cuenta con una planeación organizada por contenidos que deben ser desarrollados en un tiempo limitado, concretamente por semanas, el corto tiempo hace que exista una total falta de transversalidad entre las áreas que hacen parte del currículo; este es uno de los problemas principales que afrontamos ya que los estudiantes no logran buenos procesos de comprensión de las temáticas, porque no pueden relacionar los conocimientos adquiridos en un área y replicarlos en otra. Por todo lo anterior, se hace necesario encontrar las estrategias adecuadas que permitan al estudiante lograr buenos procesos de aprendizaje, que los motive a participar activamente, a través de buenos ambientes de aprendizaje y el uso de diversos contextos de los conocimientos adquiridos. Dentro de mi experiencia como docente he tenido la oportunidad de trabajar con frecuencia en el ciclo tres y he podido evidenciar la importancia que tiene la enseñanza de la proporcionalidad en la formación de los estudiantes y su incidencia tanto en el contexto de las propias matemáticas, como su transversalidad con otras ciencias.

Según Lesh, Post y Behr (1988) la proporcionalidad implica una forma de razonamiento matemático en el cual se encuentra implícito el sentido de cambio simultáneo que sufren dos magnitudes entre las cuales existe una determinada relación, de comparaciones múltiples entre magnitudes, así como la capacidad de almacenar y procesar mentalmente fragmentos de información. Según dichos autores, la capacidad de reconocimiento de similitud estructural hace referencia a la constancia de la relación existente entre dos magnitudes en un sistema matemático simple que es la principal característica del razonamiento proporcional que se encuentra en el núcleo de la educación básica y media. Este tipo de razonamiento es clave en la construcción de conceptos básicos y avanzados propios de las matemáticas y de otras áreas del conocimiento, como por ejemplo los conceptos de velocidad y aceleración en física; densidad, presión y concentraciones en Química; tasa de natalidad y densidad de población en Ciencias Sociales, etc. (Holguín, C.; 2012, 11).

Cuando se enseña el tema de razones y proporciones, se observan una serie de problemas en los estudiantes de grado séptimo de educación básica secundaria, dentro de los cuales podemos caracterizar los siguientes:

(1) No hay entendimiento, ni interpretación de los conceptos escolares involucrados (medida, fracciones, operaciones elementales, etc.).

(2) No hay comprensión de las situaciones problemáticas (beneficios del capital, trueques o cambios de moneda, mezclas o aleaciones, descuentos comerciales, trabajos conjuntos, llenado y vaciado de recipientes, etc.) que contienen la temática trabajada, tanto en los contextos de las propias matemáticas como de las otras ciencias.

(3) No establecen adecuadamente la comparación o razón entre magnitudes.

(4) Resuelven de manera mecánica la relación entre dos razones.

Todo lo anterior puede estar relacionado con el hecho de que el proceso de enseñanza en el contexto escolar se desarrolla, se ejercita y se da por terminado con un conjunto de reglas y ejercicios netamente mecánicos, lo que conlleva consigo dificultades en el estudio, explicación de datos o situaciones hipotéticas del quehacer diario; además en el aula de clase se establece una gran brecha entre lo que transmite el docente y lo que realmente percibe el estudiante (Galagovsky y otros, 2001). La gran mayoría de los estudiantes cuando se ven enfrentados a situaciones de cambio de unidades de medida, cálculo de porcentajes, análisis de semejanza de triángulos, los conceptos de velocidad, aceleración, fuerza, presión concentración, peso específico, población, tasas de natalidad y morbilidad, escalas de dibujo entre otros, tienen diversas dificultades. Otra de las causas para la falta de comprensión de las proporciones, se puede deber a la falta de un conocimiento claro de los conceptos por parte del educador y su desconocimiento de cómo se aplica en diferentes campos del saber. Por último, a la manera poco adecuada como se desarrolla el plan de estudios (Panniza y otros, 1994).

Del problema descrito en los apartes anteriores surge la siguiente pregunta: **¿Qué tipo de estrategia didáctica es adecuada para trabajar con los estudiantes del grado séptimo la enseñanza del concepto de proporcionalidad?**

Es precisamente todo lo anterior lo que motivó al desarrollo de una unidad didáctica que apunte a una solución de algunos de los problemas antes mencionados. El trabajo que aquí se propone tiene como *objetivo general*: Desarrollar una secuencia didáctica para trabajar el concepto de proporcionalidad con los estudiantes de grado séptimo del Liceo Colombia, a través de sus aplicaciones en diferentes contextos y usando estrategias metodológicas del aprendizaje significativo.

En el trabajo se presentan algunas estrategias para mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje de los conceptos que intervienen en el razonamiento proporcional. Está organizado en cuatro capítulos: (1) aspectos históricos y epistemológicos, (2) aspectos disciplinares, (3) aspectos didácticos y (4) la propuesta didáctica. Termina con unas conclusiones, sugerencias y la bibliografía.

En el primer capítulo se describe el origen de los conceptos de razón y proporción, se hace un recorrido histórico de los diferentes autores que permitieron la evolución y desarrollo de los tópicos principales que caracterizan la teoría de las proporciones.

El segundo capítulo contiene el marco disciplinar donde se expondrán las principales definiciones y propiedades de los conceptos de razón y proporción, que darán sustento a la unidad didáctica.

En el tercer capítulo se desarrolla el marco didáctico donde se exponen las principales características de la metodología utilizada el *aprendizaje significativo*, además de su incidencia en el aprendizaje de las matemáticas y se exponen algunas categorías dadas por Freudenthal para analizar los problemas contenidos en la secuencia didáctica.

En el cuarto capítulo se desarrolla el análisis de la secuencia didáctica, que inicia con la prueba diagnóstica y termina con una observación detallada de cada una de las siete actividades correspondientes a la unidad didáctica haciendo uso del aprendizaje significativo.

1. Marco Histórico - Epistemológico

El razonamiento proporcional es un recurso que se ha utilizado para resolver problemas que podríamos llamar cotidianos desde tiempo inmemorial; por ejemplo, en el *Papiro de Rhind* (Siglo XVII a.C.) encontramos, entre otros muchos problemas, el siguiente: *“Si 10 hekat de grasa deben durar un año, ¿Cuánta grasa puede usarse en un día?”*

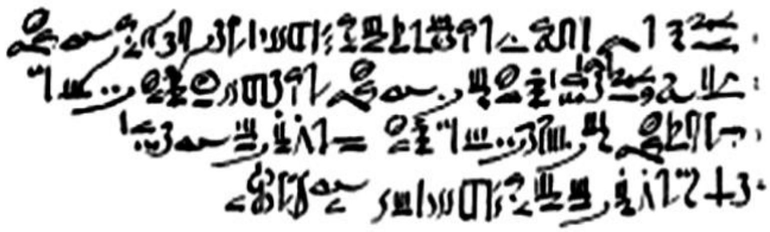


Figura 1. Problema 66 del Papiro de Rhind (Chace, 1979, pág. 129)[1]

En este mismo texto aparecen problemas referentes a intercambios de mercancías o repartos proporcionales. También aparecen estos tipos de problemas en textos chinos desde el siglo II a.C. (Cullen, C., 2007) y en textos hindúes que, aunque cronológicamente mucho más tardíos recogen tradiciones anteriores, como el *Lilavati* (Patwardan, 2001). Es remarcable el hecho de que las técnicas de resolución y los algoritmos utilizados son desde entonces similares a los actuales pese a que surgen en contextos alejados de los contextos griegos (Gairín y otros, 2013 citando a Crespo, 2009).

El concepto de proporción ha estado presente en el arte, la arquitectura, la escultura, y la música. Historiadores como Plinio (siglo I d. C.) y Diógenes Laercio (Siglos II y III d.C.) atribuyen al matemático Tales de Mileto haber calculado de manera intuitiva la altura de la pirámide de Keops, alrededor del año 585 a.C. Tales estableció la relación existente

[1]Se trata del problema 66. Véase Robins y Shute (1987, p. 51). Tomado de Gairín y otros, (2013)

entre la longitud de la altura de la pirámide y la sombra proyectada por su cuerpo en un momento del día (Daza, J.; 2014). Otro de los problemas clásicos con que Tales se encontró en su ciudad de Mileto, en la costa griega, consistía en averiguar la distancia a la que está un barco enemigo anclado frente a su costa. Si sabía la distancia podría adivinar mejor con qué catapulta podría darle una buena pedrada para hundirlo; pensó que el problema era muy parecido al de su receta: *“Si la sombra de un palo vertical mide un cuarto de la longitud de ese palo, la sombra de cualquier otro palo vertical a la misma hora mide un cuarto de la longitud de ese palo.”*, que serviría para calcular la altura desde la copa de un árbol al suelo.

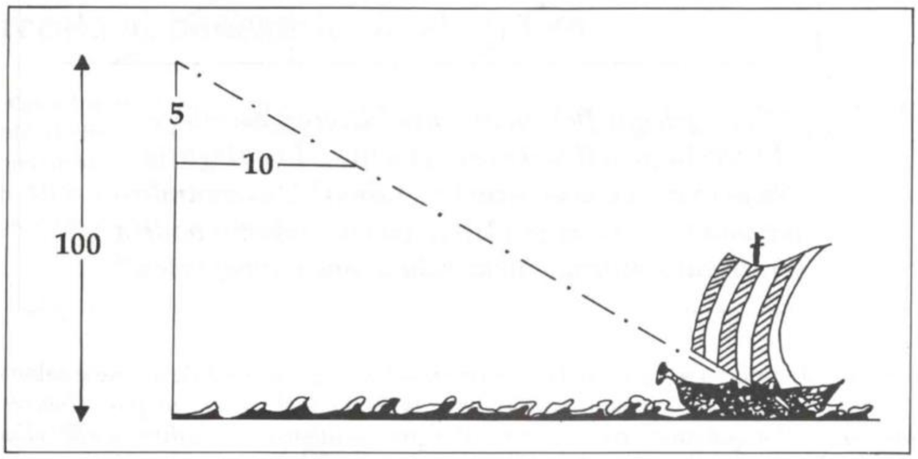


Figura 2. Problema interesante con el que Tales midió la distancia de la costa el barco. (Tomado de Calvo, 1988 pág. 102)

Como la distancia del barco a la costa es imposible de medir posiblemente pensó por analogía. «Si el barco estuviera en la punta de una pirámide acostada…, si hubiese un Sol debajo del agua que me mandara una sombra..., Pero ¿qué falta me hace el sol? ¡La línea de luz desde el barco a mi ojo también es una línea recta y puedo hacerme con un suelo vertical, el del acantilado de ahí cerca, que mide 100 codos de altura sobre el mar!; esto hará como si tuviera una pirámide acostada con su vértice en el barco!» Tales subió a la cornisa del acantilado, miró al barco, sacó una vara por la cornisa hasta que su punta le ocultó el barco, midió la vara, diez codos, la altura de sus ojos sobre la vara, cinco codos, y se dijo: “¡Eureka !, la distancia es de 200 codos, con mi catapulta mediana me lo cargo" y el inofensivo Teorema de Tales comenzó su camino hacia el armamento nuclear (Calvo, C.; 1988, 102-103).

En la Escuela Pitagórica y en la Academia de Platón fue común utilizar la teoría de las proporciones como método básico para sus demostraciones y exposiciones matemáticas. Los pitagóricos descubrieron que los componentes musicales – tonos e intervalos – podían ser expresados en términos precisos por medio de razones numéricas. Pitágoras hizo la primera aproximación a la teoría de las razones y de las proporciones en general, mediante la relación entre magnitudes que se podían comparar cuando tenían una unidad como medida común, lo que se conoce como magnitudes conmensurables. Dicha escuela interpretó las magnitudes como colecciones discretas, pero cuando trataron de relacionar la diagonal de un cuadrado con uno de sus lados descubrieron con asombro que las dos magnitudes no tenían medida común, y, por tanto, esta realidad geométrica no podía expresarse con números enteros, esta magnitud se hacía inconmensurable y de ahí lo de números inconmensurables (Correa, G.; 2006).

Los pitagóricos también demuestran que la razón entre el perímetro y el diámetro de un círculo es la misma indiferentemente de los círculos establecidos relación que sabemos involucra al número π.

Lo realizado por los pitagóricos llevó a Eudoxio a realizar su teoría de las proporciones, que se encuentra en uno de los documentos más importantes de la humanidad, los *Elementos de Euclides;* se cree que fueron escritos alrededor del año 300 a de C., cuando Euclides enseñaba matemáticas en el Museo de Alejandría (Egipto). *Los Elementos* son una de las fuentes históricas más importantes en el estudio de la proporcionalidad, aunque no aporta información alguna sobre los problemas concretos que pudieron dar lugar a dicha teoría (Gairín y otros, 2013). Los trece libros que conforman la obra de Euclides se recopilan y organizan en un sistema deductivo que contiene 132 definiciones, 5 nociones comunes o axiomas, 5 postulados y unas 465 proposiciones distribuidas en todos los libros, salvo los postulados y las nociones comunes que se encuentran en el primer libro. Dos de los libros son dedicados a la temática que nos ocupa: el libro V donde se hace un tratamiento de la teoría de la proporción para las magnitudes geométricas -el libro comprende 18 definiciones, algunas de ellas sustanciales y 25 proposiciones- y el libro VII que presenta y desarrolla las bases de la teoría de números de los *Elementos,* -comprende 23 definiciones y 39 proposiciones- (Puertas, GREDOS, 1994). El libro X trata sobre los números inconmensurables a través, justamente, de la teoría de las proporciones.

En el período alejandrino (c. 323 a 30 a.C.) Arquímedes (280-212 a.C.) y Apolonio de Perga (190 a 26 a.C.) usaron el método de Euclides. Sin embargo, al declinar la matemática griega se impone el punto de vista intuitivo y pragmático, en la línea de egipcios y babilonios. Así hacen Claudio Tolomeo (s. II) y Diofanto (s. III), quienes no se complican con representaciones geométricas de los números al desarrollar técnicas de cálculo, utilizan los números irracionales acríticamente y los aproximan cuando es necesario (Martinón, A.; 1990).

Arquímedes es considerado uno de los matemáticos más importantes de la antigüedad, sus estudios sobre áreas de figuras planas, curvas y volúmenes de figuras sólidas se consideran antecedentes del cálculo integral. Demostró, por ejemplo, que el volumen de una esfera es dos tercios del volumen del cilindro que la circunscribe; y realizó una excelente aproximación al cálculo de Pi en su tratado *Medida del Círculo*, inscribiendo y circunscribiendo polígonos regulares a una circunferencia (Guzmán, M.; 2001).

Apolonio de Perga (262 a.C.- 190 a.C.) *r*epresenta la grandeza técnica especializada del virtuosismo geométrico por excelencia. Su obra, Las Cónicas, se conoce hoy en su integridad ya que más de la mitad de ella permaneció oculta para el mundo occidental hasta que fue publicada por Edmond Halley en 1710. El geómetra griego aplicaba con suma habilidad el álgebra geométrica y la teoría de las proporciones de los Libros II, V y VI de *los Elementos de Euclides*. Mediante transformaciones geométricas sucesivas lograba resolver los problemas; en sus *Cónicas* se desarrollan muchos aspectos que anticipan elementos de la geometría analítica de Fermat y Descartes (Guzmán, M.; 2001).

Omar al-Khayyam vivió en la segunda mitad del siglo XI, redescubre la definición de razón como antifairesis; es decir, como proveniente de un proceso de medida por conmensuración íntimamente ligado a lo que hoy llamamos algoritmo de Euclides (Gairín y otros, 2013, 14 -15).

En el Renacimiento la teoría de las proporciones de los griegos se transforma y reformula para ampliar su ámbito de aplicación a magnitudes no geométricas para su empleo en las ciencias naturales y médicas. Especialmente en las matemáticas es necesario introducir los aportes de Luca di Borgo, el conocido Pacioli (1445 a 1517), quien además de haber sido traductor de Euclides tiene un tratado de la proporción aurea (Gutiérrez, S.; 2009). En la época del surgimiento de lo que hoy se llama álgebra y particularmente de la geometría analítica, siglos XVI y XVII en la que se hace uso de la teoría de las proporciones en la solución de problemas geométricos, a través de procedimientos analíticos (Guacaneme, 2012, 2). Rene Descartes (1596 – 1650) en 1637 con su *Geometría* y Pierre de Fermat (1601 – 1665), en un manuscrito de 1629, crearon la geometría analítica estableciendo relaciones entre segmentos y sus respectivas medidas desde ciertos puntos o rectas determinadas.

A lo largo del siglo XIX se va desarrollando en todos los matemáticos un espíritu de máximo rigor. Esto ocurre en todas las ramas de las matemáticas y responde a la necesidad de dar una sólida fundamentación a los avances que se habían producido en los siglos anteriores. Varios matemáticos se dieron cuenta de que no se podía dar una base sólida al análisis sin antes alcanzar una mejor comprensión del sistema de los números reales (Martinón, A.; 1990).

*"Es posible establecer una equivalencia formal parcial entre la teoría de proporciones de Eudoxio y la teoría de cortaduras de Dedekind. Sin embargo, existen divergencias fundamentales entre ambas teorías, que el análisis histórico tiene el deber de establecer y remarcar" (*Corry, L.; 1994,15). La teoría de Richard Dedekind (1831 – 1916) fue publicada en 1872 en su trabajo titulado "Continuidad y números irracionales"

1.1. Proporcionalidad en la Física

La física estudia los fenómenos naturales, entre los cuales tenemos el movimiento y tuvo aportes importantes de la escuela pitagórica, y de Heráclito de Éfeso (540-470 a. C.); posteriormente Aristóteles (384-322 a.C), aborda aspectos relacionados con los principios del movimiento de una manera más sistemática.

Aristóteles propone que el estado natural de un cuerpo es el reposo, y que el movimiento se origina por una causa que actúa de forma permanente, en contra de su maestro Platón que parecía inclinarse más por la idea de que solo era necesaria una causa para desviarlo. La caída libre de un cuerpo para Aristóteles era un movimiento natural, por esto la velocidad era proporcional a la cantidad del elemento que lo constituía; para él los cuerpos más pesados caerían más rápido que los más ligeros. Las ideas aristotélicas perduraron por mucho tiempo, después fueron acogidas por santo Tomás de Aquino (1224.1274), pero en la época medieval comienzan a cambiar las cosas con una serie de trabajos sobre las propiedades del movimiento, entre los que sobresalen los aportes de Jean Buridán (1300 – 1358), quien formuló la noción de inercia en su búsqueda por explicar el movimiento con la teoría del ímpetu. Para Buridán "Un cuerpo mantiene su movimiento debido a que, de algún modo, queda en él algo del «empuje» original como ímpetu", llegando a la conclusión de que la cantidad de ímpetu de un cuerpo es proporcional a su cantidad de materia y a su rapidez, lo que de alguna manera sienta las bases de lo que hoy se conoce como el momento lineal o cantidad de movimiento. Hacia 1350, un discípulo de Buridán, Nicolás Oresme (1323 – 1382), invoca el argumento de la simplicidad al proponer que es la Tierra la que se mueve y no los demás cuerpos celestes. Oresme también plantea un procedimiento geométrico para calcular el valor medio de la rapidez con la que cae un cuerpo desde el reposo (Herrada, F.; 2014).

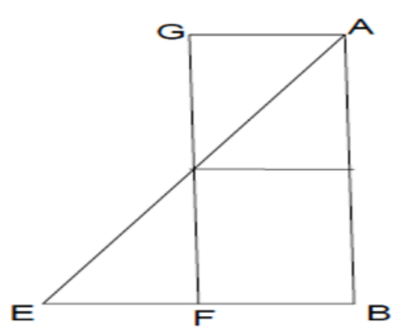


Figura 3 Versión del teorema de la rapidez media de Oresme las líneas horizontales indican velocidad y la línea vertical indica tiempo (Tomado de Herrada F., 2014, pág. 10)

La Figura 3 representa dicha propuesta. En ella se observa que las líneas horizontales indican la velocidad y el tiempo. El tiempo representado por una longitud en una gráfica constituye toda una revolución conceptual. Cuando el tiempo transcurrido corresponde al segmento AB, la velocidad ha crecido proporcionalmente desde un valor cero hasta el valor del segmento EB, siendo el segmento FB el valor de la velocidad media, y el área del cuadrado GAFB corresponde a la distancia recorrida (=A B x F B). Esta construcción fue empleada por Galileo para calcular las distancias recorridas por los cuerpos en caída libre (Herrada, F.; 2014).

1.2 La proporcionalidad en el arte y la arquitectura

A lo largo de la historia, los artistas han buscado la belleza a través de la armonía dada básicamente por las proporciones de las formas artísticas, basadas en conceptos geométricos y matemáticos, así como en su función, buscando siempre el ideal de belleza que los llevó a la divina proporción o número de oro (Viso, E.; 2000).

La proporcionalidad es una cualidad percibida por el ser humano en la naturaleza, que se puede describir a través de expresiones matemáticas, la cual evoca nociones de belleza, orden y armonía (Doczi, 1996). La sección áurea es una proporción concreta. Esta proporción ha desempeñado un importante papel en los intentos de encontrar una explicación matemática a la belleza, de reducir ésta a un número, de encontrar "la cifra ideal ". De esta proporción se hablaba ya desde tiempos muy antiguos, los egipcios la descubrieron buscando medidas que les permitieran dividir la tierra de forma exacta (Toledo, Y.; 2010).

Efectivamente un ejemplo de la afirmación anterior es la sección áurea que aparece al dividir un segmento en media y extrema razón. Si consideramos un segmento AB y un punto P en AB que lo divide en AP y PB de tal forma que el segmento mayor es AP y el segmento menor es PB se cumple la siguiente proporción: El segmento mayor (AP) es al segmento menor (PB), como el todo (AB) es segmento mayor (AP). Esto es $\frac{AP}{PB} = \frac{AB}{AP}$, que también se puede expresar como $\frac{AP}{PB} = \frac{AP+PB}{AP}$, como se muestra en la figura 4. Solo existe un punto P que satisface esa condición. Si llamamos x a la longitud de AP y consideramos que la de PB es 1, obtenemos la ecuación cuadrática $x^2 = x + 1$ cuya solución positiva es el número irracional $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1{,}618 \ldots$ llamado *número dorado* o *divina proporción* y representado usualmente por la letra Φ

Figura 4 Relación áurea (Realizado en el software de geogebra)

La proporción áurea, también conocida como proporción sagrada o número de oro, está presente en varios monumentos de la antigüedad. Por ejemplo, en la pirámide de Gizeh construida por los egipcios hacia el año 4500 a.C.

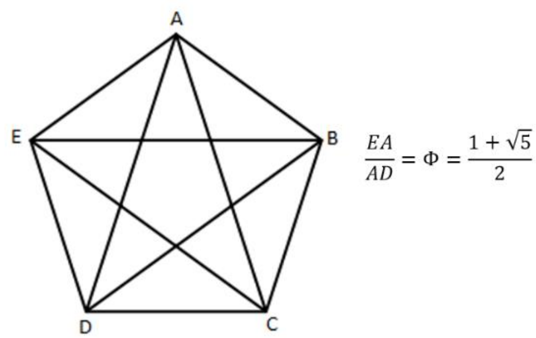


Figura 5 Pentágono áureo (Tomado de Toledo, Y. 2010)

Pitágoras (569 a.C.) escogió como símbolo para su Escuela la estrella pentagonal, figura geométrica en la que la relación entre la longitud del lado del pentágono y la de una diagonal es justamente la sección áurea (Figura 5). Esto es $\frac{AB}{AD} = \Phi$ y se cree que a partir de esta relación llegaron a la noción de razones inconmensurables, como se da igualmente en el lado de un cuadrado y su diagonal o la longitud de la circunferencia y su diámetro.

En la edad media, se llegó a considerar como algo de origen divino. Además, los artistas del renacimiento la contemplaban como la encarnación de la lógica divina; por tanto, es considerada como uno de los temas de mayor interés no solo en matemática sino en la mayoría de las ciencias y la concepción del universo (Toledo, Y.; 2010).

Una de las construcciones más sobresalientes de los antiguos griegos es el Partenón construido entre 447 y 432 a.C. en el cual se puede observar como la proporción áurea marca la estética de la obra, la inmensa cúpula de la corona, cuya altura es igual al diámetro de la base y le dota de una serena armonía; es uno de los edificios más significativos como símbolo de superioridad, dejando de lado la escala humana (Viso, E.; 2000).

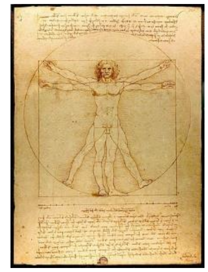
 

Figura 6. El Partenón y El Hombre de Vitruvio (Leonardo da Vinci) (Tomado de:https://t3.kn3.net/taringa/2/0/7/5/1/9/ex_juance77/518.jpghttps://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/2/22/Da_Vinci_Vitruve_Luc_Viatour.jpg/300px-Da_Vinci_Vitruve_Luc_Viatour.jpg)

En el siglo XII Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci, descubrió una sucesión de números estudiando la evolución de una pareja de conejos: 1, 1, 2, 3, 5, 8, …, por ello es conocida como sucesión de Fibonacci. Esta sucesión $\{Fn\}\ con\ n \in N$ es definida por recurrencia, así $F_1 = 1,\ F_2 = 1$ y $F_{n+1} = F_{n-1} + F_n$. Es una sucesión que comienza con dos unos y a partir de ahí los demás se obtienen mediante la suma de los dos anteriores; esta recurrencia se puede expresar de manera explícita como: $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$ para todo $n \in N$, de esta manera la fórmula relaciona la sucesión de Fibonacci con el número Φ (Bloch, E.; 2011, 217).

La proporción áurea está presente también en la obra de la Gioconda de Leonardo da Vinci (1452-1519) particularmente en su obra llamada *El hombre de Vitruvio* (Figura 6), con Durero (1417-1528) en su obra *La Espiral de Durero*, estos autores hicieron especial hincapié en la relación del número áureo con las proporciones humanas y elogiaron la apariencia de armonía y equilibrio que presentan las obras creadas a partir de dicha proporción. Andrea Palladio (1508-1580), arquitecto italiano, estaba convencido de que las escalas musicales relacionadas con la sección áurea se usaron como cánones de diseño arquitectónico (Toledo, Y.;2010).

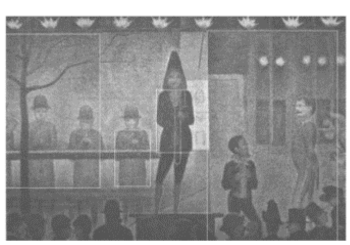
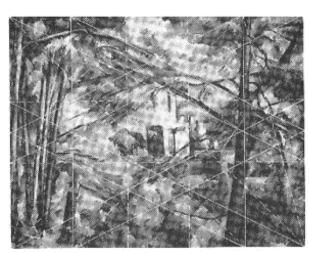
 

Figura 7 La parada(Seurat) y El castillo negro (Cézanne) (Tomado de Toledo, Y. 2010; 89)

Después esta regla divina cayó en el olvido hasta el S.XIX cuando pintores como Seurat (1859 - 1891) en su obra *La parada* (Figura 7) o Cézanne (1839 -1906) en su obra el Castillo negro (Figura 7), volvieron a buscar la armonía y la belleza en el arte por medio de estrictas reglas geométricas, entre ellas, la regla áurea ((Toledo, Y.; 2010).

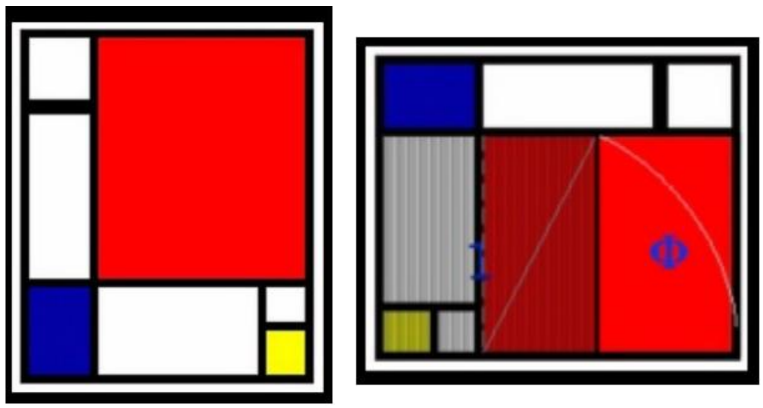


Figura 8. La Composición ((Tomado de Toledo, Y. 2010)

Piet Mondrian (1827-1944), usó la divina proporción o el rectángulo áureo en algunas de sus obras. Tiene un estilo propio, de abstracción pura. Son famosas sus pinturas con líneas negras y bloques de colores primarios, por ejemplo, en la obra *Composición* (Figura 8) que si giramos la obra se descubre el rectángulo áureo. En el cuadro *El mito de Leda* de Salvador Dalí (1904 – 1989) se puede identificar la proporción aurea en el pentagrama Pitagórico (Figura 8) (Toledo, Y.; 2010).

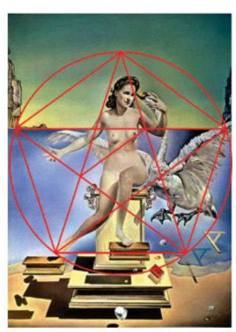


Figura 9 El mito de Leda (Dalí) (Tomado de Toledo, Y. 2010,140)

2. Marco Disciplinar

Para desarrollar la secuencia didáctica que permita cumplir con el objetivo planteado como es el de mejorar el aprendizaje de los conceptos involucrados en la proporcionalidad en los estudiantes de grado séptimo, es necesario establecer el marco disciplinar que da sustento a lo planteado.

En este capítulo se desarrollarán las principales definiciones de: magnitud, razón, proporción, magnitudes directamente proporcionales e inversamente proporcionales, semejanza, teorema de Tales, las cuales son importantes para el desarrollo de la unidad didáctica.

2.1. Magnitud

Para efectos de este trabajo se denomina **magnitud** a la cualidad de un objeto a la que se le puede asignar una medida. El tiempo, la masa, la temperatura o la longitud son ejemplos de magnitudes (Sánchez F., 2012 tomado de Daza (2014)).

Dos magnitudes de la misma especie se llaman **homogéneas.** Es el caso de dos longitudes, dos áreas o dos volúmenes. Cuando se comparan (relacionan), dos magnitudes se obtiene una razón. Cuando no son de la misma especie, se llaman **heterogéneas** (Martinón, A.; 1990).

2.2. Razón y proporción

Este concepto de razón es fundamental para el concepto de proporción. Daremos diversas versiones comenzando por la de los *Elementos* en el libro V que dice "*una razón* *es determinada relación con respecto a su tamaño entre dos magnitudes homogéneas*" (Libro V, Def. 3).

Razón es un cierto tipo de relación en tamaño de dos magnitudes del mismo tipo (Boyer, 1986).

Una razón es un tipo de relación en lo que se refiere al tamaño entre dos magnitudes homogéneas (Vega, 1990).

Razón es una relación cualquiera entre dos magnitudes homogéneas respecto de su cantidad (Vera, 1970).

Para efectos de este apartado seguiré de cerca el trabajo de Daza, J.(2014 en su *Propuesta didáctica para la enseñanza de las proporciones en el grado séptimo de la institución educativa departamental San Miguel*, pues lo considero muy adecuado para el nivel y los objetivos de este trabajo. De allí se toman las definiciones de razón y proporción.

Definición 1: Se denomina razón a cierta **relación** (usualmente de comparación) entre dos magnitudes. La razón entre las magnitudes A y B se expresa de la forma $A: B$ o $\frac{A}{B}$ y se lee A es a B. A y B se llaman términos de la razón. El primero (A) se llama **antecedente** y el segundo (B) **consecuente** (Daza, J.; 2014, 37)**.**

Definición 2: Proporción es la igualdad entre dos razones. Cuando dos razones son iguales se dice que las cuatro cantidades que las componen son **proporcionales**. Esto es: si $\frac{A}{B}$ y $\frac{C}{D}$ son dos razones y se cumple que $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ se tiene una proporción. Ahora bien, como A, B, C, D son magnitudes y si $a,\ b,\ c,\ d$ son las respectivas medidas y si a la razón $\frac{A}{B}$ se le hace corresponder la razón numérica $\frac{a}{b}$ y a $\frac{C}{D}$ la razón $\frac{c}{d}$ se tiene que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. En las cantidades $a,\ b,\ c,\ d$ que resultan proporcionales, los términos a, d se llaman **extremos** y c, b se llaman **medios** (Daza, J.; 2014, 38).

La definición anterior nos indica que en el caso de los estudiantes de grado séptimo trabajaremos en el conjunto de los números racionales $Q = \left\{\frac{a}{b}\middle|\, a,\ b\ \in Z\ y\ b \neq 0\right\}$, llamados fracciones entre naturales en la enseñanza media.

Naturalmente si consideramos a a, b, c, d como medidas de magnitudes que son números reales, las propiedades que siguen a continuación obviamente siguen siendo válidas.

2.3. Propiedades de las proporciones

Sean $\frac{a}{b}\ y\ \frac{c}{d}$, cuatro cantidades tales que $b \neq 0$ y $d \neq 0$ entonces:

Propiedad fundamental $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si y solo si $a\,.\,d = c\,.\,b$. Es decir si cuatro cantidades (a, b, c, d) forman una proporción $\left(\frac{a}{b} = \frac{c}{d}\right)$ el producto de los extremos $(a\,.\,d)$ es igual al producto de los medios $(b\ .\ c)$. Esta propiedad se conoce como **propiedad fundamental de las proporciones**.

Propiedad 1 Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces se cumple que $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

Demostración: Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $a.d = b.c$, luego $(d\,.\,a) = (c\,.\,b)$ *y por la propiedad fundamental* se tiene $\frac{d}{c} = \frac{b}{a}$. Por lo tanto si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$.

Propiedad 2 Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces se cumple que $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Demostración: Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $a\,.\,d = b\,.\,c$. Luego $a\,.\,d\ = c\,.\,b$. Entonces por *la propiedad fundamental* se tiene que $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$. Por lo tanto si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.

Propiedad 3 Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, entonces se cumple que $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

Demostración: Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, entonces $\frac{a}{b}+1=\frac{c}{d}+1$. Luego $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ y por lo tanto si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ entonces $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$.

Propiedad 4 Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, entonces se cumple que $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$.

Demostración: Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, entonces $\frac{a}{b}-1=\frac{c}{d}-1$. Por lo tanto $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$. Luego si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ entonces $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$.

Propiedad 5 Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ entonces se cumple que $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$.

Demostración: Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, entonces $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ por la propiedad 3, luego $\frac{b}{a+b}=\frac{d}{c+d}$ por la propiedad 1. Luego $\frac{b}{d}=\frac{a+b}{c+d}$ (1)

De manera análoga Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, entonces $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$ por la propiedad 4, luego $\frac{b}{a-b}=\frac{d}{c-d}$ por la propiedad 1 , entonces $\frac{b}{d}=\frac{a-b}{c-d}$ (2)

Se igualan las expresiones (1) y (2) por lo tanto $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

Luego $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ entonces $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$.

2.4. Magnitudes directamente proporcionales

Definición 3: Si se tienen dos sucesiones de valores $a_1,\ a_2,\ a_3,\dots,a_n$ y $b_1,\ b_2,\ b_3,\dots,b_n$, tales que $a_i=K.b_i$,$1\leq i\leq n$, esto es $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\cdots=\frac{a_n}{b_n}=K$, decimos que las sucesiones dadas son **directamente proporcionales** y K es denominada **constante de proporcionalidad.**

.

Ejemplo de ello es el camino recorrido por un móvil que marcha siempre con igual velocidad, en donde es claro la velocidad que como sabemos es igual al cociente de la distancia recorrida por el tiempo empleado $(v = \frac{e}{t})$. Si suponemos que la velocidad es constante (k) se tiene que $(e = k \,.\, t)$, de donde el espacio recorrido es directamente proporcional al tiempo.

2.5. Magnitudes inversamente proporcionales:

Definición 4: Si se tiene una sucesión que toma los valores $a_1,\ a_2,\ a_3, \dots, a_n$ se dice que es **inversamente proporcional** a otra sucesión $b_1,\ b_2,\ b_3, \dots, b_n \neq 0$ cuando los valores de una son directamente proporcionales a los inversos multiplicativos de los valores de la otra. En otras palabras $a_i = K\frac{1}{b_i}$ siendo, $1 \leq i \leq n,\ n \in N\ y\ \ K \in R$.

Ejemplo de ello es el tiempo que tarda un grupo de obreros en terminar una construcción, pues entre más cantidad de obreros menos tiempo se requerirá para finalizar la construcción.

2.6 Proporcionalidad en la geometría

2.6.1. La relación de semejanza

Definición 5: Se dice que dos figuras geométricas son semejantes si tienen la misma forma y se representa con el símbolo $\sim$.

Esta idea intuitiva se puede observar en la Figura 10.

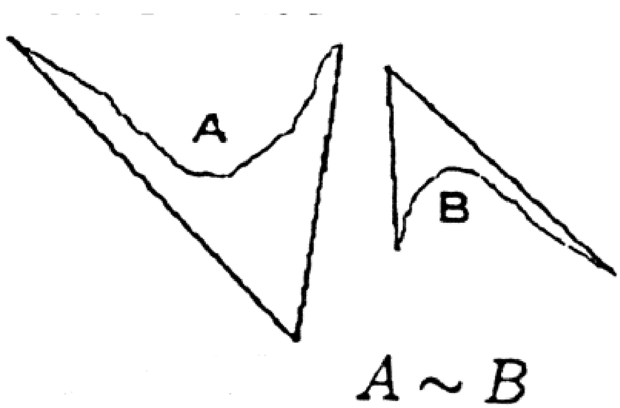


Figura 10 Relación y símbolo de semejanza entre dos figuras

2.6.2. Polígonos semejantes

Definición 6: Dos polígonos del mismo número de lados son **semejantes** si existe una correspondencia entre sus vértices para la cual los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales. Si un polígono P es semejante a un polígono Q se denota por $P \sim Q$.

Se sigue entonces de la definición anterior que para los polígonos $ABCDE\ y\ FGHIJ$ de la figura 11 :

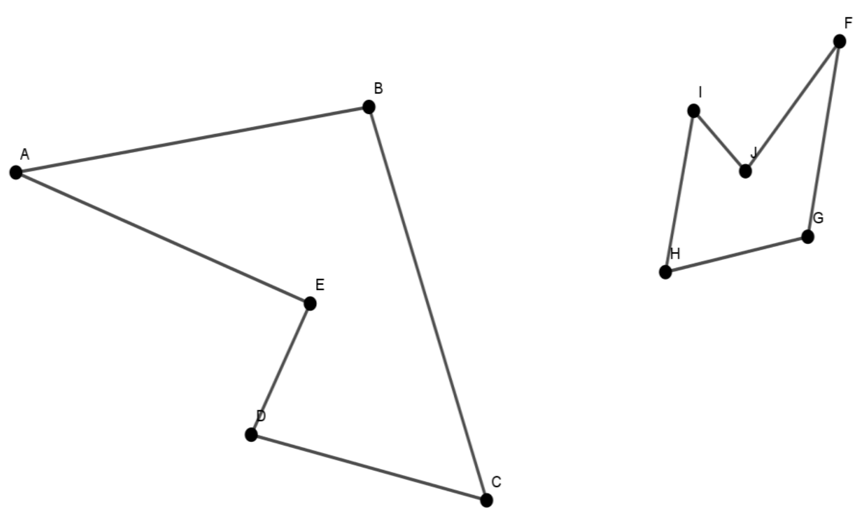


Figura 11 Polígonos Semejantes (Realizada con el software goegebra)

Que si hacemos corresponder los vértices del polígono $A\, con\, F$, $B\, con\, G$, C con H, D con I, E con J y si tenemos que los lados son proporcionales:

$$\frac{AB}{FG}=\frac{BC}{GH}=\frac{CD}{HI}=\frac{DE}{IJ}=\frac{EA}{JF}$$

Y además los ángulos respectivos son iguales

$$< A \cong < F, < B \cong < G, < C \cong < H, < D \cong < I\ , < E \cong < J,$$

Entonces los polígonos $ABCDE \sim FGHIJ$.

A partir de este ejemplo cuando se diga que un polígono, por ejemplo, A, B, C, D es semejante a F, G, H, I se supone que lo vértices de los dos figuras se corresponden en ese orden y se pueden establecer las proporciones de los lados correspondientes y las congruencias de los ángulos respectivos. Caso particular es de los triángulos como veremos a continuación.

2.6.3. Triángulos semejantes

Definición 6 Dos triángulos ABC y DEF son semejantes si los ángulos correspondientes son congruentes y los lados correspondientes son proporcionales.

La definición 6 al aplicarla a los triángulos se expresa así:

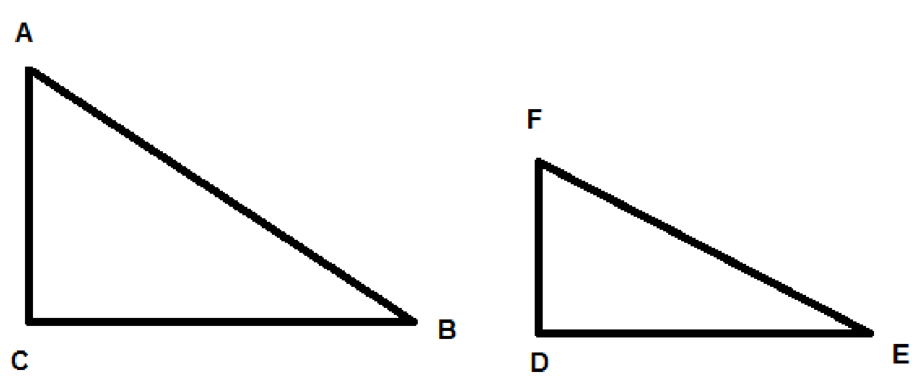


Figura 12 Dos triángulos rectángulos semejantes

Esto es si tenemos dos triángulos ABC yDEF, son semejantes y se nota $\Delta ABC \sim \Delta DEF$, si tenemos que $\frac{AB}{FE} = \frac{BC}{\mathrm{ED}} = \frac{CA}{\mathrm{DF}}$, y $< A =< F$, $< B =< E$ y $< C =< D$.

2.6. 4 Teorema Fundamental de proporcionalidad (Moise, E.;1986)

Si una recta intersecta dos lados de un triángulo en puntos diferentes y es paralela al tercer lado, entonces determina sobre los lados del triángulo segmentos proporcionales.

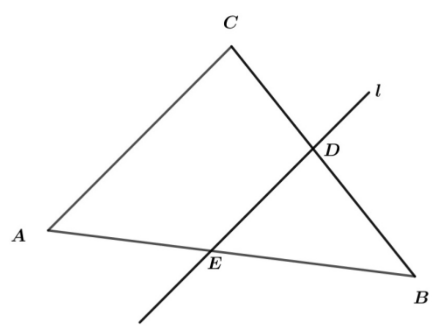


Figura 13 Diagrama del teorema fundamental de proporcionalidad

En símbolos si una recta l intersecta dos lados BC y AB de un triángulo ACB y es paralela al tercer lado AC, entonces se tienen las siguientes proporciones:

i) $\frac{CD}{DB} = \frac{AE}{EB}$

ii) $\frac{CD}{AE} = \frac{DB}{EB}$

A partir de este teorema Moise (1986) presenta y demuestra los casos de semejanza de triángulos.

2.6.5. Criterio de semejanza de triángulos

Se llaman Criterios de Semejanza de dos triángulos, a un conjunto de condiciones tales que, si se cumplen, tendremos la seguridad de que los triángulos son semejantes. Esos criterios o casos son:

2.6.5.1. Criterio ángulo - ángulo (AA): Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos respectivamente iguales (congruentes).

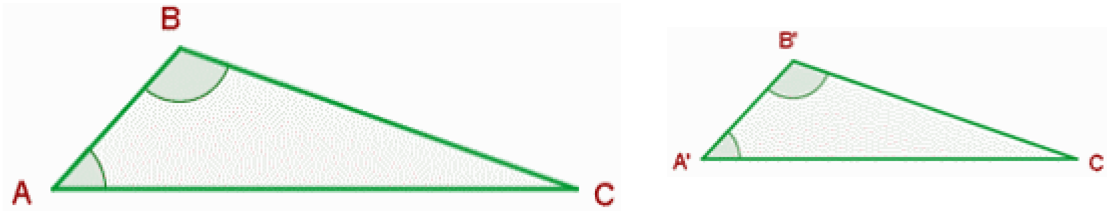


Figura 14 Diagrama del criterio AA

Para la demostración de este teorema véase Moise, E. (1986, 336).

2.6.5.2. Criterio Lado - Ángulo - Lado (LAL): Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales e iguales el ángulo comprendido entre ellos.

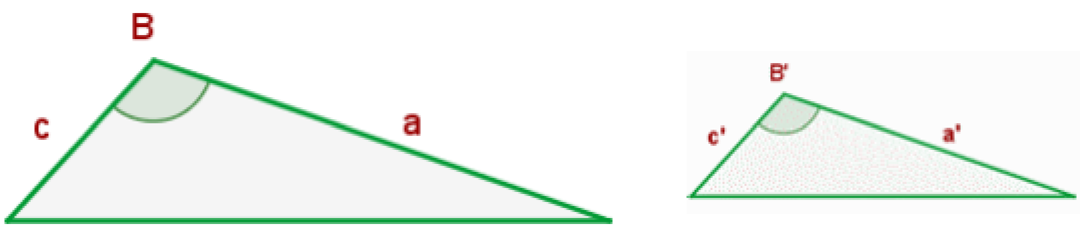


Figura 15 Diagrama del criterio LAL

Para la demostración de este teorema véase Moise, E. (1986, 342).

2.6.5.3. Criterio Lado - Lado - Lado (LLL): Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados respectivamente proporcionales.

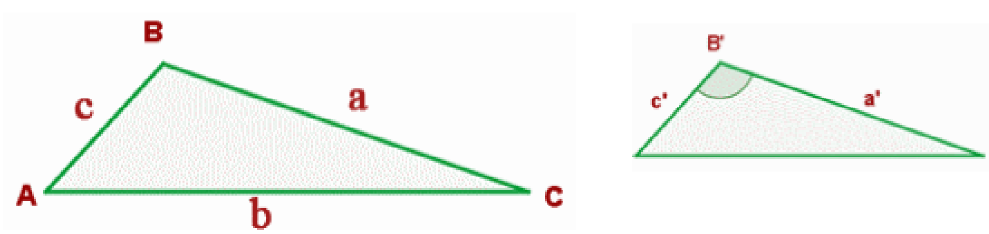


Figura 16 Diagrama del criterio LLL

Para la demostración de este teorema véase Moise, E. (1986, 343).

2.6.6. Teorema de Tales

A raíz del concepto de la proporción entre la altura de la pirámide y el bastón de Tales, surge el “teorema fundamental de la semejanza de triángulos” o también conocido como “**teorema de Tales**”. Este Teorema es una generación del teorema fundamental de la proporcionalidad contenido en el ítem 2.7.1.

Al cortar los lados de un ángulo cualquiera por dos paralelas, los segmentos de los lados del ángulo determinados por las paralelas son proporcionales, esto es,

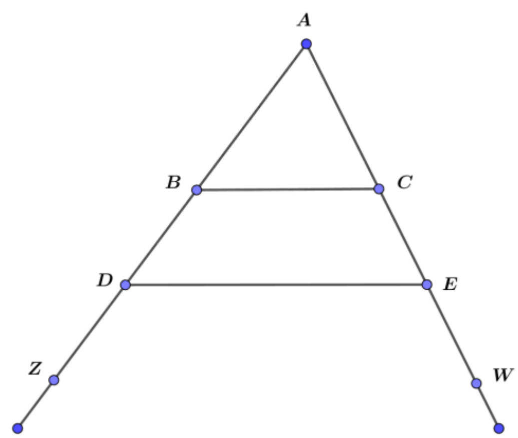


Figura 17 Diagrama del Teorema de Tales (Elaborado en el software geogebra)

Sea ZAW un ángulo; BC Y DE dos paralelas que cortan a las rectas ZA y AW, entonces se tiene que

$$i)\ \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

$$ii)\ \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$$

Cuya demostración es una consecuencia de los teoremas anteriores.

2.6.7. Aplicación de las proporciones

Una de las aplicaciones importantes de las proporciones es **el porcentaje,** que se pone en juego cuando uno de los términos que intervienen en las proporciones toma el valor 100. El porcentaje se utiliza en una amplia variedad de situaciones de la vida diaria. La expresión “x%” es una manera alternativa de expresar la razón x/100. El concepto de porcentaje proviene de la necesidad de comparar dos números entre sí, a, b no sólo de manera absoluta (cuál número de los dos es mayor), sino de una manera relativa, es decir, se desea saber qué proporción de uno representa respecto del otro haciendo una proporción con consecuente 100. Esto es $\frac{a}{b} = \frac{x}{100}$ y es necesario hallar x.

Sin embargo, la noción de porcentaje no sólo se utiliza para establecer comparaciones en valor relativo entre dos números. Una vez que se fija un porcentaje se puede aplicar a distintos números, obteniendo de este modo series de números proporcionales (Jaramillo, L; 2012).

3. Marco Didáctico

La propuesta didáctica para la enseñanza de la proporcionalidad a estudiantes de grado séptimo hace uso de la metodología del aprendizaje significativo el cual se presenta a continuación con algunas de sus principales características y su aplicación en la asignatura de matemáticas. Se da una mirada de lo que es el aprendizaje de las matemáticas y la práctica pedagógica se basa en el aprendizaje significativo. Además, se tienen en cuenta algunas categorías establecidas por Freudenthal (1983) con el fin de realizar un análisis de los problemas en contexto propuestos para la unidad didáctica que contemplan la propia matemática, otras ciencias y la vida cotidiana.

3.1. El Aprendizaje Significativo

Fieldman (2005) define el aprendizaje como *“un proceso de cambio permanente en el comportamiento de una persona generado por la experiencia*”.

El conductismo fue una de las teorías de aprendizaje que prevaleció durante mucho tiempo, pero no abordó todos los paradigmas generados en el proceso de aprendizaje de un estudiante que está sometido a constantes cambios; se puede afirmar que este va más allá de un cambio en el significado de la experiencia. En el proceso de aprendizaje de un nuevo conocimiento es primordial que se genere en el estudiante una necesidad, lo que a su vez desencadena un conflicto cognitivo que produce una gran discrepancia entre los conocimientos previos y los significados nuevos, la cual es estimulada por el docente que desafía al estudiante mediante el planteamiento de problemas que estimulan la motivación intrínseca que involucra un cambio de conducta y conlleva un reconocimiento de acciones y autocriticas. La voluntad de interiorizar este nuevo conocimiento, le debe dejar una nueva experiencia y le permitirá vivir de una mejor manera.

Para que se dé el proceso de aprendizaje en un sujeto de conocimiento hay que tener en cuenta los actores y elementos del mismo; por un lado, los profesores y su metodología, por el otro las instituciones con la organización de sus currículos y todo el entramado social que esta conlleva.

La teoría del *Aprendizaje Significativo* de Ausubel (1983), es una teoría de aprendizaje que tiene en cuenta todos y cada uno de los elementos, factores, condiciones y tipos que garantizan la adquisición, la asimilación y la retención del contenido que una institución ofrece a los estudiantes y que adquiera significado para el mismo. Ausubel plantea "*que el aprendizaje del estudiante depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información; debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización*" (Rodríguez, M.; 2004).

"El origen de la Teoría del Aprendizaje Significativo está en el interés que tiene Ausubel por conocer y explicar las condiciones y propiedades del aprendizaje, que se pueden relacionar con formas efectivas y eficaces de provocar de manera deliberada cambios cognitivos estables, susceptibles de dotar de significado individual y social (Ausubel, 1976). Dado que lo que quiere conseguir es que los aprendizajes que se producen en la escuela sean significativos, Ausubel entiende que una teoría del aprendizaje escolar que sea realista y científicamente viable debe ocuparse del carácter complejo y significativo que tiene el aprendizaje verbal y simbólico. Así mismo, y con objeto de lograr esa significatividad, debe prestar atención a todos y cada uno de los elementos y factores que le afectan, que pueden ser manipulados para tal fin" [2].

3.1.1. Aprendizaje significativo y aprendizaje mecánico

---

[2] Tomado de Rodríguez, M (2004) "La teoría del Aprendizaje Significativo" Centro de Educación a Distancia (CEAD), Pamplona, España C.P. 38009

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial con lo que el estudiante ya sabe; se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del estudiante, como una imagen, un símbolo, ya significativo, un concepto o una proposición (Ausbel, 1983, 18)[3].

En el proceso de aprendizaje de manera significativa hay que considerar lo que el individuo ya sabe porque se establece una relación entre los conocimientos previos con aquello que debe aprender.

El aprendizaje memorístico o mecánico es aquel en el cual los contenidos están relacionados entre sí de modo arbitrario, lo cual hace que carezca de significado para el sujeto que aprende.

En el siguiente cuadro se relacionarán algunas diferencias entre el Aprendizaje significativo y el mecánico o memorístico:

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	**APRENDIZAJE MECÁNICO**
➢ Incorpora los nuevos conocimientos de manera no arbitraria ➢ Hay un esfuerzo deliberado por relacionar los nuevos conocimientos. ➢ El aprendizaje está relacionado con las nuevas experiencias hechos u objetos. ➢ Implicación afectiva de relacionar los nuevos aprendizajes con los previos. ➢ Ocurre cuando una nueva información se conecta con un concepto significativo	✓ Incorpora los nuevos conocimientos de manera arbitraria. ✓ No hay ningún tipo de esfuerzo por relacionar los nuevos conocimientos. ✓ El aprendizaje no está relacionado con las nuevas experiencias hechos u objetos. ✓ Ninguna implicación afectiva de relacionar ningún tipo de conocimiento. ✓ Contrariamente es cognitiva, las nuevas ideas se almacenan arbitrariamente sin interactuar.

[3] Tomado de http://excellereconsultoraeducativa.ning.com/profiles/blogs/aprendizaje-significativo-y.

Tabla No. 1 *Principales diferencias entre el aprendizaje significativo y el mecánico*

Finalmente, Ausubel no establece una distinción entre el aprendizaje significativo y el aprendizaje mecánico como una dicotomía, ambos pueden ocurrir al tiempo en la misma tarea.

3.1.2. Requisitos para el aprendizaje significativo

Para que se dé el aprendizaje significativo deben darse las siguientes condiciones según (Duarte, 2009):

- Que el material sea potencialmente significativo, es decir que posea significado lógico, lo cual implica que sea relacionable con la estructura cognitiva y que existan ideas de anclaje adecuados en el sujeto que permitan la interacción con el material que se presenta.

- Actitud potencialmente significativa de aprendizaje por parte del estudiante, es decir que muestre disposición para relacionar el nuevo conocimiento con el previo.

3.1.3. Tipos de aprendizaje significativo

Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la "simple conexión" de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la "simple conexión", arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje.

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, de conceptos y de proposiciones.

Aprendizaje de representaciones: Es el aprendizaje básico del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Se da cuando un estudiante adquiere un nuevo conocimiento, lo primero que hace es memorizarlo, para luego representarlo con objetos reales que tienen significado en su estructura cognitiva, pero no las categoriza.

Aprendizaje de conceptos: Los conceptos se definen como "objetos, eventos, situaciones o propiedades de que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos" (Ausubel, 1983: 61). El estudiante a partir de experiencias concretas, comprende cómo pueden ser utilizadas por otros sujetos de aprendizaje. También se presenta cuando un sujeto es sometido a contextos de aprendizaje por percepción o por descubrimiento, lo cual lleva a la comprensión de conceptos más abstractos.

Aprendizaje de proposiciones: Este tipo de aprendizaje implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un solo significado, para luego ser procesada de tal forma que se pueda formar una red de nuevos conocimientos. Se da cuando se conoce el significado de los conceptos y estos se pueden interrelacionar con diversos conocimientos. El concepto nuevo es asimilado e integrado a la estructura cognitiva con los ya pre existentes.

3.2. Aprendizaje en Matemáticas

Este apartado es una adaptación del *Aprendizaje en matemáticas* (Flores, 2003,1 - 9)

Cuando un docente se propone enseñar un objeto de aprendizaje, este puede que no logre su objetivo, ya que aprender es un proceso propio del estudiante.

La mayoría de los estudios realizados por expertos en el aprendizaje de las matemáticas han coincidido que han predominado dos enfoques principales, el primero históricamente hablando tiene una raíz conductual la cual considera que aprender es cambiar una conducta y la segunda tiene una base cognitiva, las cual considera que aprender es cambiar las estructuras mentales y que el aprendizaje no tiene una manifestación externa directa.

Según los cognitivistas para lograr aprendizaje que suele estar ligado a conceptos, se deben implementar diversas estrategias, como la basada en la resolución de problemas, o en el empleo de diversos modelos del concepto.

"*Las tendencias conductuales (asociacionistas) sobre el aprendizaje matemático consideran que aprender es cambiar conductas, insisten en destrezas de cálculo y dividen* estas *destrezas en pequeños pasos para que, mediante el aprendizaje de destrezas simples llegue a aprender secuencias de destrezas más complejas. Las interpretaciones cognitivas (estructuralistas) del aprendizaje matemático, en oposición, consideran que aprender matemáticas es alterar las estructuras mentales, e insisten en el aprendizaje de conceptos. Dada la complejidad de los conceptos, el aprendizaje no puede descomponerse en la suma de aprendizajes más elementales, sino que se organiza partiendo de la resolución de problemas, o de la realización de tareas complejas"*. (2)

Aprendizaje asociacionista

Para los *asociacionistas* aprender es provocar un cambio de conducta del que aprende; en esta postura se propone que se realicen ejercicios más simples, es decir, se descompone una idea compleja en otras más simples, y se ocupan de ejercitar las tareas simples.

Una manera de estudiar el aprendizaje del cálculo es analizar las variables o implicaciones que intervienen para que un estudiante desarrolle destrezas o que las mejore. Una de las estrategias estudiadas por los asociacionistas fue la de obtener un mayor número de respuestas correctas en menor tiempo. Consideraron que el *tiempo* que emplea un estudiante en aprender era una medida de la capacidad de aprendizaje, pero esta fue una de muchas que tenían como fin determinar la dificultad de una tarea matemática, por lo cual se observaron las edades en las cuales los estudiantes conseguían la mayoría de éxitos y también sobre cuál es la mejor secuencia de aprendizaje, es decir, qué tareas hay que realizar para aprender, y en qué orden hay que desarrollarlas.

Siguiendo de nuevo a (Flores, P.; 2001,4) tenemos que:

"Una de las teorías asociacionistas más significativas en relación del aprendizaje de las matemáticas es la de Gagné. Este autor trata de establecer jerarquías de aprendizaje planifica la lección descomponiendo la conducta que hay que aprender en partes más simples, y las organiza jerárquicamente en una secuencia de instrucción. Gagné llama secuencia de instrucción, las cuales eran una cadena de capacidades o destrezas ligadas a la capacidad superior que se quiere lograr. Esta cadena comienza destacando las destrezas que tienen que estar aprendidas para poder abordar los aprendizajes perseguidos (prerrequisitos), y continúa después delimitando los conceptos y, por último, las destrezas que se van a ejercitar." (4).

Aprender a cambiar estructuras: aprendizaje de conceptos

Las teorías estructuralistas tienen la idea de que el sujeto estructura y organiza las experiencias que ha vivido, tiene la capacidad de relacionarlas con los nuevos problemas del entorno y las experiencias previas. Lo primero que realiza el sujeto es interpretar estos problemas y busca soluciones por medio de sus conocimientos previos, a este proceso se le conoce como *asimilación -Piaget.*

Cuando las estructuras no le sirven para explicar las nuevas ideas, el sujeto de aprendizaje se ve obligado a cambiar estas por otras previas, que le sirvan para explicar o relacionar las nuevas ideas, a este proceso de cambio se le conoce según Piaget como *acomodación* y el proceso de asimilación – acomodación es para Piaget un proceso de *equilibración.*

Para los estructuralistas, aprender es reacomodar los nuevos conceptos aprendidos en su estructura mental y ser capaz de relacionarlas con la ya preexistentes, creando así una nueva estructura que encaje y que vuelva a estar en equilibrio, pero con la habilidad de estructurar propiedades y conceptos nuevos si los hay. Para que se produzca el equilibrio, es preciso que el aprendiz sienta que el problema no se resuelve por los medios que derivan de sus estructuras anteriores; por ello se exige que los problemas que se le planteen sean *significativos*, es decir, que los estudiantes perciban la interrogación como un problema real, y que de ellos salgan los criterios para justificar la validez o invalidez de una respuesta.

Formas actuales de considerar el aprendizaje de las matemáticas

El aprendizaje matemático cuando se refiere al de conceptos, mediante la alteración de estructuras, pero no por medio de procesos simples, sino de manera global es de tipo estructuralista y el cual requiere de algunas cualidades que se citarán a continuación:

- ✓ ***El aprendizaje matemático se realiza a través de experiencias concretas***

"Brunner propone que el aprendizaje de conceptos matemáticos se introduzca a partir de actividades simples que los alumnos puedan manipular para descubrir principios y soluciones matemáticas" (6). Con esta idea nos da a entender que el aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto, es decir se debe trabajar primero con objetos concretos para así poder pasar a las abstracciones y cuando estas se han consolidado, entonces estaremos en capacidad de emplearlas como elementos concretos.

- ✓ ***El aprendizaje tiene que arrancar de una situación significativa para los estudiantes.***

"Para que el aprendiz pueda llevar a cabo los procesos de equilibración, el aprendizaje tiene que partir de una situación significativa. Esto exige que se presente en forma de un problema del que el aprendiz pueda captar que encierra un interrogante, y del que puede comprender cuando este problema está resuelto" (7).

- ✓ ***La forma en que los aprendices puedan llegar a incorporar el concepto a su estructura mental es mediante un proceso de abstracción que requiere de modelos.***

Dado que los conceptos matemáticos son abstracciones que los estudiantes no pueden palpar sino que entran en contacto con ellas por medio de formas de representación a lo que se llama modelo de un concepto matemático o de una operación que está diseñada para comunicar una idea, dentro de los modelos podemos identificar los siguientes: el físico que son objetos que se pueden manipular para ilustrar las ideas matemáticas, como por ejemplo los ladrillos del muro de fracciones, o los modelos de poliedros en madera; los pictóricos que son representaciones bidimensionales de las ideas matemáticas.

- ***Una de las formas de conseguir que el aprendizaje sea significativo para los estudiantes es mediante el aprendizaje por descubrimiento.***

Se da cuando los estudiantes realizan generalizaciones sobre los conceptos o fenómenos por ellos mismos, llegan a tener la capacidad de relacionar los conocimientos nuevos con los previos y el papel del docente es el de mediador de este proceso.

- ***No hay un único estilo de aprendizaje matemático para todos los estudiantes.***

Cada estudiante desarrolla la capacidad de aprender teniendo en cuenta sus habilidades, concepciones y destrezas. Si el aprendizaje es un cambio de estructuras estas se dan de manera subjetiva, ya que se ven influenciadas por diversos motivos y que actúan de acuerdo al sujeto de aprendizaje.

3.3 Otros aspectos del aprendizaje significativo relacionados con el área de las matemáticas

La siguiente sección es tomada del Aprendizaje significativo en el área de las matemáticas. Una experiencia pedagógica (Colorado, y otros, 2011).

Un concepto matemático para un estudiante no debe ser algo acabado sino una red de conocimientos en plena creación que a medida que se va alimentando, se va ampliando y produciendo en el sujeto de aprendizaje una mejor comprensión del mundo que lo rodea, desarrollando mejores relaciones de los conocimientos nuevos con los previos. En vez de almacenar conceptos de modo arbitrario en sus estructuras mentales, los conocimientos se deben ampliar y potenciar a lo largo de la vida escolar, donde no es suficiente con las clases expositivas, sino que deben crearse escenarios y ambientes de clase donde los aprendices sean partícipes en la adquisición de sus propios aprendizajes. "*Esta concepción de la enseñanza debe dirigirse a transformar los programas de actividades, en situaciones problemáticas que carezcan de soluciones obvias, capaces de inmiscuir a los estudiantes en un proceso de investigación dirigido* *por un docente apto para promover el intercambio de los hallazgos realizados en el aula, a fin de que estos sean reforzados, matizados o cuestionados con base a los conceptos matemáticos existentes"* (614).

Es importante resaltar que en la implementación de una nueva herramienta pedagógica se debe tener en cuenta los conceptos previos de los estudiantes para hacerse una idea general de cómo abordar un nuevo objeto de conocimiento, además del recorrido histórico con el objetivo de conocer cuáles fueron las condiciones y razones que hicieron que surgiera ese nuevo objeto de conocimiento; es importante tener un buen manejo de las fases real, simbólica y conceptual para que el estudiante estructure de manera adecuada ese objeto de conocimiento en sus redes conceptuales y tenga la capacidad de aplicar ese nuevo objeto en la resolución de problemas. Además, pueda mostrar la pertinencia y aplicación del objeto matemático en contexto, y así lograr mejores procesos de razonamiento, análisis de los temas de razón y proporción propuestos en este trabajo conduciendo así que el aprendizaje sea significativo y no por simple repetición. A continuación, se hace una descripción de cada una de las etapas de la estrategia:

La finalidad de los conceptos previos es averiguar qué saben los estudiantes sobre el concepto matemático a orientar y realizar una nivelación de los vacíos conceptuales que se tengan. Estos conceptos facilitan la deducción e interpretación de un nuevo concepto, que se manifiesta como una de las primeras áreas de la matemática con aplicaciones directas a la vida profesional y real.

El recorrido histórico de un objeto matemático tiene como objetivo mostrarle al estudiante los motivos, razones y circunstancias que llevaron a la construcción de un concepto matemático, con el fin de desarrollar habilidades de razonamiento empírico-inductivas.

Godino (2004) "afirma que es muy útil conocer la génesis histórica de los contenidos que se quieren enseñar, ya que esta puede ser una fuente importante de material para su enseñanza. Considerar el momento histórico en el que se desarrolla un contenido matemático lleva a hablar de sus conexiones con la ciencia de la época, con las necesidades humanas, sociales o de cualquier otro tipo que llevaron al inicio y posterior desarrollo de dicho contenido. Otro elemento a destacar es que la historia también puede ayudar a resolver el problema de la motivación del estudiante" (615).

En la fase de aprendizaje se busca que el estudiante tenga una idea de cómo aplicar el concepto matemático en contextos más reales a través del manejo de sus diferentes representaciones, con el objetivo de que el estudiante sea capaz de realizar conjeturas, justificarlas, reconocerlas y describirlas por medio de patrones; que pueda realizar analogías y así empezar a interiorizar mejor los conceptos matemáticos de manera más significativa interrelacionándolas con experiencias cotidianas y situaciones del mundo real para ver las conexiones entre los conceptos y sus aplicaciones, lo que le dará la capacidad de asimilar lo poderosos y útiles que son estos objetos de conocimiento.

En la fase simbólica los estudiantes con conscientes de las características y propiedades aprendidas en la fase anterior, se les muestra la forma de representarlo con símbolos matemáticos. No se deben confundir nunca los objetos matemáticos con sus representaciones, pues un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes.

En la fase conceptual, se tiene como objetivo principal terminar de estructurar la red conceptual siendo capaces de integrar los contenidos con otros con el fin de desarrollar la capacidad de realizar las deducciones, demostraciones y modelaciones necesarias para ejercitar los conocimientos nuevos.

Po último en la resolución de problemas se les propone a los estudiantes situaciones cotidianas con el fin de ejercitar y poner en acción toda la red conceptual, lo que permite el aprendizaje significativo de las matemáticas. Esta actividad permite contextualizar y personalizar su red de conocimientos ya que sirve de fuente de motivación y del desarrollo de habilidades propias.

"Al resolver un problema, el estudiante dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad. *En la resolución de problemas matemáticos, los estudiantes deberán adquirir modos de pensamiento adecuados, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza ante situaciones no familiares que le serán útiles fuera de la clase de matemáticas. Incluso en la vida diaria y profesional es importante ser un buen resolutor de problemas" (617).* Cuando los estudiantes pueden conectar las ideas matemáticas entre sí, con las aplicaciones a otras áreas, y en contextos de su propio interés, la comprensión matemática es más profunda y duradera.

3.4. Las categorías de Freudenthal para el análisis del razonamiento proporcional

Este aparte fue tomado de Ben- Chaim y otros, (1998).

De acuerdo con la teoría de Piaget en la cual el razonamiento proporcional fue señalado como un punto en el nivel de desarrollo de las operaciones formales, la investigación se realizó en estudiantes adolescentes de 5 a 8 grado.

Un análisis categórico de los problemas implementados durante la unidad didáctica, se hará teniendo en cuenta los problemas de razonamiento proporcional según las categorías establecidas por Freudenthal (1978) que son:

C1. Comparar dos partes de un entero simple como “la razón de mujeres a varones en una clase es de 15 a 10” o “un segmento es dividido entre la razón áurea”.

C2. Comparar magnitudes de diferentes cantidades con una conexión interesante, “millas por galón”, “personas por km^2”, “Kg por m^3”, o precio unitario. Estas comparaciones no son llamadas generalmente razones, sino relaciones, o densidades.

C3. Comparar magnitudes de dos cantidades relacionadas conceptualmente pero no pensadas naturalmente como partes de un entero común. “La razón de los lados de dos triángulos es de 2 a 1”. Estas comparaciones se refieren a escalas e incluyen cuestiones de ampliación y reducción en transformaciones de semejanza.

La literatura propone tres tipos de Tareas para lograr el razonamiento proporcional:

T1. Problemas con valores que faltan donde se dan tres datos y la tarea consiste en encontrar el cuarto.

T2. Problemas de comparación numérica, donde se dan dos razones completas y no se pide una respuesta numérica sino comparar las razones.

T3. Problemas de predicción cualitativa y comparativa que requieran comparaciones independientes de valores numéricos específicos.

Freudenthal (1978, 1983) ha señalado que el valor que falta o los problemas de comparación proporcional pueden resolverse a través de tres abordajes diferenciados:

> **A3.** Razón interna (sin magnitud) o razón entre términos sin un sistema (dos longitudes, dos tiempos).
>
> **A2.** Razón externa (entre dos magnitudes) o razón entre términos de diferentes sistemas (una longitud y un tiempo).
>
> **A3.** Absteniéndose del cálculo hasta que el resultado sea encontrado formalmente o estableciendo una relación entre los datos dados y luego calcular.

4. Propuesta Didáctica

4.1. Prueba Diagnóstica

La prueba diagnóstica es la primera parte de la secuencia didáctica, se realizó con el fin de identificar los conocimientos previos de los estudiantes de grado séptimo en cuanto al razonamiento proporcional esto es el uso adecuado de las proporciones para resolver un determinado problema. Buscaba además identificar problemas con los conceptos para tratar de corregirlos con el planteamiento de actividades significativas dentro de la secuencia didáctica.

Los principales contenidos trabajados en la prueba fueron las nociones de razón y proporción, pero inmersos en diversos contextos: De las propias matemáticas, de otras ciencias, de la vida cotidiana. La prueba diagnóstica fue aplicada a 32 estudiantes de grado séptimo del Liceo Colombia, quienes de manera individual respondieron los 8 ítems, los cuales fueron distribuidos de la siguiente manera: 2 de ellos de selección múltiple y los 6 restantes de pregunta abierta, cada uno de ellos debían ser interpretados, desarrollados y respectivamente justificados cuando era necesario.

Para la implementación de esta prueba se tuvo en cuanta los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, para el ciclo dos, correspondientes a cuarto/quinto, los cuales se relacionan a continuación:

- Interpreto los números racionales en diferentes contextos: razones y proporciones

- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa, producto de medidas.

- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras

- Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales.

- Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.

Análisis de cada pregunta

Para realizar el análisis de cada pregunta correspondiente a la prueba diagnóstica se van a tener en cuenta las categorías establecidas por Freudenthal (1978 que hemos denotado como C1, C2, C3 para los problemas que implican el uso del razonamiento proporcional e identificar los tipos de problemas que se presentan pregunta a pregunta, para implementar las actividades tareas que hemos notado T1, T2 y T3 correspondientes que me permitirán resolver las dificultades presentadas.

Pregunta No.1 La relación entre chicos y chicas en el grupo séptimo es de 2 chicos por cada 3 chicas. Si hay 12 chicos en Séptimo ¿cuántas chicas hay?

A.13
B. 18
C. 5
D. 30

En la pregunta No. 1 se compara dos partes de un entero simple (C1), con la tarea(T1) implícita de encontrar un cuarto valor a partir de tres, es decir de cuarta proporcional, en el caso de una proporción en la cual se conoce el valor de tres cantidades y se busca la cuarta, esta se denomina cuarta proporcional: se establece la relación entre dos magnitudes homogéneas en un contexto cotidiano con los números naturales, de un nivel bajo de dificultad teniendo en cuenta el razonamiento proporcional que requiere. El resultado de las respuestas dadas por los estudiantes se da en la siguiente tabla:

Pregunta No 1	**A**	***B***	**C**	**D**	**No responde**
%	63	***3***	3	0	31

Tabla No. 2 Porcentaje *de repuestas* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No.1*

Como se observa solo un 3% escogieron la respuesta correcta, la mayoría de los estudiantes que escogieron la opción A, porque asumieron que como la diferencia entre 2 y 3 es de uno, entonces la respuesta es 13 porque se mantenía la misma diferencia, otro estudiante escogió la opción C porque sumó las magnitudes dadas 2+3 =5 y los demás no respondieron porque no sabían cómo resolverlo.

Pregunta No. 2 Responde los ítems a y b teniendo en cuenta la siguiente información

La tabla muestra la relación existente entre el número de cuadernos y su costo en pesos, de una papelería del barrio. Se han borrado algunos valores.

No. Cuadernos	**Precio**
2	$ 6.000
3	$ 9.000
4	
	$ 24.000
6	
7	
15	

Tabla No. 3 *Tabla de valores* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No. 2*

a. Ayuda al dueño de la papelería a completarla, teniendo en cuenta que todos los cuadernos tienen el mismo precio.
b. ¿Cómo lograste completar la tabla?

Es un problema de magnitudes directamente proporcionales, compara magnitudes de diferentes cantidades con una conexión interesante (C2), con la tarea (T1). En el siguiente cuadro está el porcentaje de respuestas dadas los estudiantes.

Pregunta No. 2	**correctas**	**Incorrectas**	**No responde**
%	46,8	37,6	15,6

Tabla No. 4 *Porcentaje de respuestas* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No. 2*

Aquellos que lograron responder de manera correcta establecieron el precio de un solo cuaderno, lo que les permitió completar de manera a adecuada la tabla; otros estudiantes hicieron uso de manera arbitraria de los algoritmos básicos (suma, resta o multiplicación), los otros no comprendieron el tipo de relación establecida y decidieron no responder.

Pregunta No. 3 Responde los ítems a y b teniendo en cuenta la siguiente información:
La siguiente tabla relaciona la cantidad de personas que pintan una casa y el tiempo que emplean en realizar el trabajo. Se considera que todos los pintores tienen el mismo ritmo de trabajo.

No. de Pintores	**Tiempo**
10	
8	
6	
4	
2	24

Tabla No. 5 Tabla de valores **prueba diagnóstica** pregunta No. 3

a. Completa la tabla.

b. ¿Qué relación encontraste entre el número de pintores y los días que emplean en hacer el trabajo?

Este problema busca que el estudiante sea capaz de establecer la relación de proporcionalidad inversa, es un problema de comparación de magnitudes de diferentes cantidades (C2) y con la tarea de encontrar un cuarto valor a partir de tres ya conocidos (T1), la correlación establecida entre las dos magnitudes está inmersas en un contexto cotidiano.

En la siguiente tabla se muestra el porcentaje de estudiantes que respondieron.

Pregunta No. 3	**Correctas**	**incorrectas**	**No responde**
%	0	93,75	6,25

Tabla No. 6 *Porcentaje de respuestas* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No. 3*

Ninguno logro completar la tabla de manera correcta, el 93,75% trató de resolverlo realizando una serie de operaciones arbitrarias, pero sin lograrlo, cuando se les solicitó explicar el porqué de su razonamiento algunos argumentaron de manera intuitiva que entre más obreros menos tiempo y otros que entre más obreros más tiempo necesitarían para terminar la obra y el resto no contestó por no entender el problema.

Se anexó una cantidad de 10 pintores, con la intención de identificar como los estudiantes expresaban el número de días empleados, pues en este caso no se podía expresar mediante un natural, pero ninguno lo logró.

Pregunta No 4 Teniendo en cuenta la siguiente información responde los ítems a y b.

Doña Julia quiere festejarle el cumpleaños a su hija Valeria y para ello invitó a sus amigos del colegio a una fiesta. Desea hacer una torta que alcance para las 75 personas invitadas, guiándose de un recetario el cual explica cómo realizar una torta para 25 personas.

Torta:

Para: 25 personas

Tiempo de preparación: 2 horas

Ingredientes:

500 gramos de harina de trigo

350 gramos de mantequilla

2 cucharaditas de polvo Royal.

6 huevos.

1 cucharadita de vainilla

1 taza de leche.

400 gramos de azúcar

a. Ayuda a doña Julia a establecer la cantidad de ingredientes que necesita para hacer una torta para 75 personas.

Harina ________________

Polvo royal ________________

Huevos ________________

Mantequilla ________________

Leche ________________

Azúcar ________________

b. ¿Cómo lograste establecer la cantidad de los ingredientes?

Este problema es de la categoría de comparar magnitudes de diferentes cantidades (C2), con la tarea inmersa de comparar valores numéricos específicos (T2), además está inmerso en un contexto cotidiano y significativo para los estudiantes que responden de la siguiente manera:

Pregunta No. 4	**Correctas**	**Incorrectas**	**No responde**
%	62,5	21,9	15,6

Tabla No. 7 *Porcentaje de respuestas* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No. 4*

El 62,5% de los estudiantes que respondieron correctamente argumentaban que, si para 25 personas se necesitaba una cantidad X de ingredientes, para 50 otra cantidad Y, entonces para 75 personas era tres veces la inicial, haciendo uso de la estructura aditiva identificaron que la cantidad de ingredientes era tres veces la inicial, otros estudiantes intuyeron que se necesitaba más cantidad de ingredientes pero no lograron establecer cuanto, solo lo realizaron una cantidad de operaciones sin llegar a la respuesta y el resto no respondieron.

Pregunta No. 5 Responde teniendo en cuenta la información.

Tales de Mileto utilizó un método interesante para medir la altura de la pirámide de Keops, aplicando las proporciones.

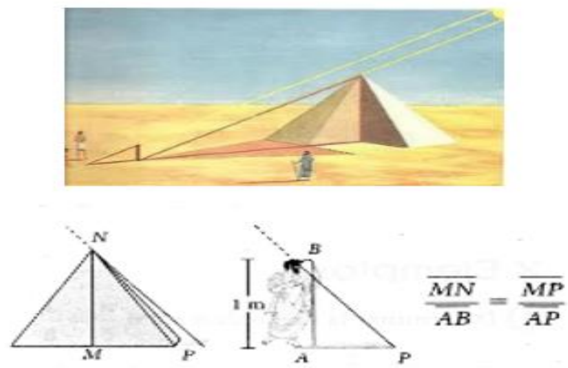


Figura 18 *Medición de la altura de la pirámide de Keops (Tomado de Daza, J., 2014)*

Calcula la altura de la pirámide de Keops, teniendo en cuenta que Tales utilizó un bastón de 1 m de largo que proyectó una sombra de 3 m, cuando la pirámide proyectó una sombra de 138 m.

El problema pretendía que los estudiantes identificarán la proporción en una situación de semejanza y de congruencia, el cual es un contexto propio de matemáticas, el problema es de comparar magnitudes de dos cantidades relacionadas conceptualmente (C3), con la tarea implícita de predicción comparativa de valores numéricos específicos (T3); a lo cual respondieron de la siguiente manera:

Pregunta No. 5	Correctas	incorrectas	No responde
%	3	19	78

Tabla No. 8 *Porcentaje de respuestas* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No. 5*

Solo una estudiante logro determinar la altura de la pirámide de Keops, dividió 138 entre 3. El resto de los estudiantes realizaron otro tipo de operaciones para tratar de hallar la altura de la pirámide, pero no lograron resolver el ítem.

Pregunta No 6 Realiza los puntos a, b y c de acuerdo con la siguiente información.
María observó cómo se llenaba de agua un recipiente y decidió tomar los datos en una tabla.

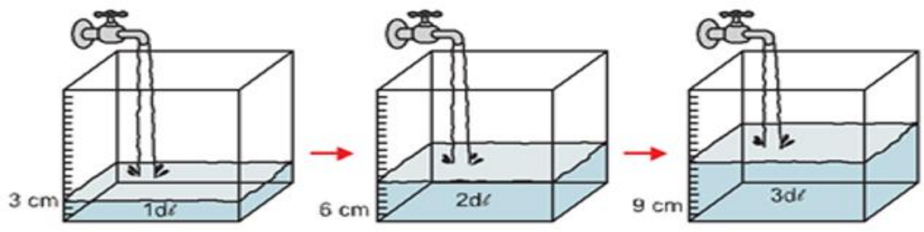


Figura 19 Recipientes de agua pregunta No. 6 (Tomado de Daza, J., 2014)

Cantidad de agua (d)	1	2	3	4	5
Profundidad del agua (cm)			9		

Tabla No. 9 *Tabla de valores* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No. 6*

a. Ayuda a María a completar la tabla

b. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de agua y la profundidad? Explica tu respuesta.

c. Si María hiciera una gráfica que muestre el comportamiento de la profundidad del agua con respecto a la cantidad ¿cuál sería la más indicada?

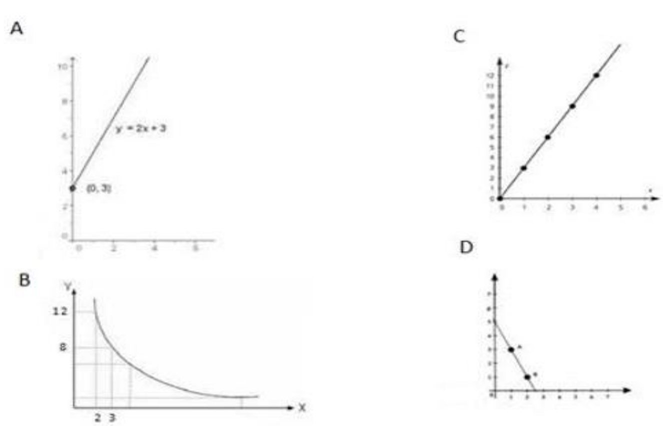


Figura 20 Gráficas **prueba diagnóstica** pregunta 6 punto c (Tomado de Daza, 2014)

El problema es de magnitudes directamente proporcionales en un contexto específico de física, de la categoría de comparar magnitudes de diferentes cantidades con un conexión interesante (C2), con la tarea de predicción comparativa de valores numéricos específicos (3); la pregunta se dividió en tres partes, la primera consistía en completar una tabla a partir de unos datos ya dados, en la segunda parte se debía argumentar la manera como se llenó la tabla y la tercera parte de opción múltiple, donde se mostraba 4 opciones de representación gráfica de la relación existente entre las magnitudes dadas en la situación problema.

En el siguiente cuadro se relacionan la cantidad de respuestas correctas y las que no; de los 32 estudiantes que presentaron el test diagnóstico.

Pregunta No. 6	Correctas	incorrectas	No responde
%	87	13	0

Tabla No. 10 *Porcentaje de respuestas* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No. 6*

De manera correcta 28 lograron completar la tabla, ellos argumentan que la ilustración fue muy diciente pues lograron establecer que entre mayor cantidad de agua mayor será la profundidad y que debían multiplicar por 3 la cantidad de agua para así hallar la profundidad.

En el literal c de la prueba, respondieron así

Pregunta No 6 Literal c	A	B	C	D	No responde
%	13	0	**81**	0	3

Tabla No. 11 *Porcentaje de respuestas* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No. 6 literal c*

El porcentaje de estudiantes que escogieron la opción correcta fue bastante alto ya que era la única que relacionaba las cantidades inmersas en la tabla y esto disminuyo el nivel de dificultad de esta parte de la pregunta.

Pregunta No 7 Adela gana 120 pesos diarios más el 4% sobre el monto de las ventas del día. Al cabo de 18 días laborales recibe 4.220 pesos. ¿Cuál fue el monto total de las ventas durante esos días?

La pregunta involucra otro tipo de contexto donde los estudiantes deben establecer el tipo de relación existente y hacer uso del concepto de porcentaje, de lo que Adela gana en un tiempo específico laborado. Es de la categoría de comparar magnitudes de diferentes cantidades (C2), con la tarea de predicción comparativa de valores numéricos específicos (T2). Del total de los estudiantes que presentaron el test ninguno logró resolver el problema.

Pregunta No. 7	Correctas	incorrectas	No responde
%	0	88	12

Tabla No. 12 *Porcentaje de respuestas* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No. 7*

Los estudiantes organizaron y establecieron las operaciones adecuadas para encontrar lo que Adela recibió durante 18 días de trabajo equivalentes al 4% de la comisión sobre las ventas, pero no determinaron el monto total de las ventas; otros no intentaron resolverlo porque no entienden como calcular el porcentaje.

Pregunta No 8 Un tren circula siempre a la misma velocidad. Tarda 6 minutos en recorrer 9 kilómetros y 10 minutos para recorrer 15 kilómetros. ¿Cuál es la distancia recorrida en 16 minutos?; ¿Cuál es la distancia recorrida en 30 minutos?

En la anterior situación problema se utiliza un contexto de física, donde se debe establecer el tipo de relación existente dos magnitudes heterogéneas. Es de la categoría de comparar magnitudes de diferentes cantidades con una conexión interesante (C2);

problema con valor que falta donde se dan tres datos y la tarea consiste en encontrar el cuarto (T1).

Pregunta No. 7	Correctas	incorrectas	No responde
%	6	66	28

Tabla No. 13 *Porcentaje de respuestas* ***prueba diagnóstica*** *pregunta No. 8*

Dos de los estudiantes lograron responder de manera adecuada, el resto realizan operaciones de manera arbitraria o no responden el ítem.

La prueba diagnóstica permitió evidenciar que los estudiantes no hacen uso del razonamiento proporcional en cuanto que en todo momento buscan operar de forma arbitraria las cantidades involucradas haciendo uso de sus pocos conocimientos, no utilizan de manera adecuada las unidades de medida en el tratamiento de las magnitudes, problemas con las nociones de semejanza; en el cálculo de porcentajes, falta de comprensión de las relaciones de proporcionalidad, no hay interpretación de situaciones que involucran la temática vista.

Con todo lo anterior se hace necesario implementar una unidad didáctica que involucre el trabajo de las nociones de razón y proporción en contextos de las propias matemáticas, de otras ciencias y cotidianos los cuales mostrarán al estudiante la diversidad de aplicaciones que tienen los conceptos involucrados, para generar así un aprendizaje significativo en el desarrollo de los problemas que hacen uso del razonamiento proporcional, potenciando algunas habilidades necesarias y corrigiendo algunos de los errores conceptuales.

4.2. Secuencia Didáctica

La secuencia didáctica está centrada en el desarrollo de los conceptos de razón y proporción para estudiantes de grado séptimo de educación básica secundaria, mediante una serie de actividades y problemas en los que se utilizan contextos de matemática, de las ciencias y de la vida cotidiana.

Los estudiantes para desarrollar las actividades deben contar con algunos conceptos previos como son: fracción, significados de fracción, fracciones equivalentes, área, perímetro, polígono, partes de un polígono, buen manejo de operaciones básicas (suma, multiplicación) de los números racionales y solución de ecuaciones de primer grado con una sola incógnita. Es muy importante que el estudiante tenga buen dominio de estos conceptos básicos para tener un alto grado de éxito en el desarrollo de la presente unidad didáctica.

La secuencia didáctica está organizada en siete sesiones, cada una de ellas con varias actividades para ser realizadas fuera del aula de clase. Al finalizar cada actividad se proponen una serie de problemas que complementarán la temática vista y servirá de actividad evaluativa.

Cada actividad se presenta como se muestra a continuación:

- Nombre de la actividad.

- Aprendizajes esperados: Relación de los principales conceptos involucrados en cada una de las actividades.

- Desarrollo de la actividad: Se hace una breve descripción de los espacios y tiempos utilizados en cada actividad de la unidad didáctica; se hace una presentación de evidencias fotográficas de los ítems desarrollados en la secuencia didáctica

- Actividad Evaluativa y análisis: En esta parte se propusieron una serie de problemas complementarios que permitieron realizar una evaluación de los conceptos contenidos en cada una de las actividades desarrolladas durante la secuencia didáctica con su respectivo análisis, teniendo en cuenta las categorías expuestas por Freudenthal (1983), relacionadas en el marco didáctico.

Las actividades se encuentran en los anexos.

Con el objetivo de tener mejores resultados en la implementación de la unidad didáctica, la docente siguió el siguiente esquema de trabajo:

1. Antes de cada actividad se dio una explicación detallada de los conceptos involucrados en cada una de ellas de manera magistral o con la ayuda de ayudas didácticas que permitieran establecer el tipo de relaciones establecidas entre las magnitudes que participaban en las situaciones problemas en los diversos contextos utilizados.

2. Se distribuyó los estudiantes por grupos con las siguientes características:

a) En cada grupo se escogió un monitor cuyo perfil era el de ser un buen estudiante para que pudiera ayudar a sus otros compañeros.

b) En cada grupo se escogían dos estudiantes (secretarios) que debían tomar apuntes y compartirlos después.

c) Los estudiantes con problemas de índole convivencial fueron separados y distribuidos en cada grupo de trabajo teniendo como función liderar todas aquellas actividades fuera del salón de clase.

d) Cada grupo debía mantener unas normas mínimas de respeto, comunicación y de buenas relaciones.

3. En todo momento la docente pasó por los grupos para resolver las dudas y orientar la actividad.

4. Antes de que se realizará la actividad evaluativa la docente realizó una retroalimentación en forma de mesa redonda, donde cada grupo contaba su experiencia y lo aprendido en sus propios términos.

5. La parte evaluativa de cada actividad se realizó de manera individual.

6. Al sacar la nota de la parte evaluativa se hizo de nuevo una nueva retroalimentación a los estudiantes con resultados deficientes

4.3 Análisis de la aplicación de la secuencia didáctica

Como se mencionó en los aspectos didácticos la metodología utilizada fue el aprendizaje significativo, cuyo objetivo principal es el de producir una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y los nuevos conceptos de razón y proporción, de tal modo que estos adquieran un significado y sean integrados a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de toda la estructura.

A continuación, empezaremos con el análisis de la primera actividad implementada en nuestra unidad didáctica.

4.3.1. Actividad 1. Comprendiendo las razones y las proporciones (Anexo 2)

Aprendizajes Esperados

A través del desarrollo de cada uno de los ítems contenidos en esta actividad se esperaba que cada estudiante comprendiera, construyera, aplicara y aprendiera de manera significativa los conceptos de magnitud, tipos de magnitud, medida, razón y proporción (de manera intuitiva) en la solución de problemas propuestos en diversos contextos y establecer los diferentes tipos de relación entre dos o más magnitudes.

Desarrollo de la actividad

La actividad fue implementada en diferentes espacios del Liceo Colombia, se emplearon 8 horas catedra, cada hora instirucional corresponde a 45 minutos de clase.

Los ítems 1, 2, 3, 5, 7 fueron desarrollados de manera individual en el salón de clase, los items 4,6 se trabajaron por parejas en la cancha de baloncesto del Liceo ubicada al aire libre.

Como la actividad 1 fue una de las guias más amplias en cantidad de ítems se decidió dividir el análisis en dos partes que son: La primera de los ítems 1, 2,3, 4, 5 y 6 y el segundo denominado actividad evaluativa correspondiente al ítem 7.

Análisis primera parte

En el siguiente cuadro se relacionan los resultados obtenidos en cada uno de los ítems 1, 2, 3, 4, 5 y 6 de la actividad 1.

No. de pregunta	Item	Correctas (%)	Incorrectas (%)
1	A	87,5	12,5
1	B	90,6	9,38
1	C	81,3	18,7
1	D	93,8	6,2
1	F	78,1	21,9
1	G	81,3	18,7
1	H	93,8	6,2
2	a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k	100	0
3	A	93,8	6,2
3	B	90,6	9,4

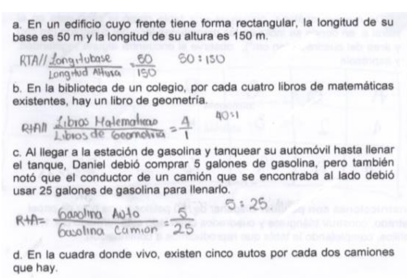
3	C	87,5	12,5
4	Tablas	100	0
4	A	81,3	18,7
4	B	81,3	18.7
5	a,b,c,d,e,f	100	0
6		100	0

Tabla No. 14 *Porcentaje de respuestas* ***Actividad 1*** *"Comprendiendo las razones y las proporciones"*

Durante el desarrollo de la guía se pudo evidenciar que las diferentes actividades realizadas al aire libre favorecieron de manera muy significativa el aprendizaje de los estudiantes; se logró cumplir con el objetivo propuesto, lo cual se evidencia en la tabla No. 14 pues el porcentaje de respuestas correctas es en todos los casos superior al de las incorrectas.

Acontinuación se muestra una evidencia fotográfica del desarrollo de la actividad realizada por los estudiantes.

Ítem 5



a. En un edificio cuyo frente tiene forma rectangular, la longitud de su base es 50 m y la longitud de su altura es 150 m.

RTA// $\frac{\text{Longitubase}}{\text{Longitud Altura}} = \frac{50}{150}$ 50 : 150

b. En la biblioteca de un colegio, por cada cuatro libros de matemáticas existentes, hay un libro de geometría.

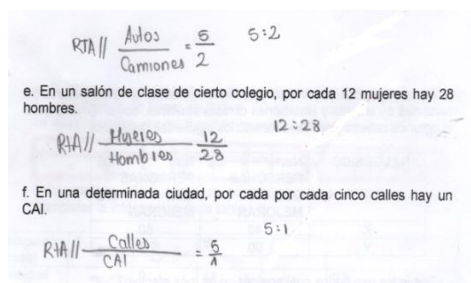
RTA// $\frac{\text{Libros Matematicas}}{\text{Libros de Geometria}} = \frac{4}{1}$ 40:1

c. Al llegar a la estación de gasolina y tanquear su automóvil hasta llenar el tanque, Daniel debió comprar 5 galones de gasolina, pero también notó que el conductor de un camión que se encontraba al lado debió usar 25 galones de gasolina para llenarlo.

5 : 25.

RTA= $\frac{\text{Gasolina Auto}}{\text{Gasolina Camion}} = \frac{5}{25}$

d. En la cuadra donde vivo, existen cinco autos por cada dos camiones que hay.



RTA// $\frac{\text{Autos}}{\text{Camiones}} = \frac{5}{2}$ 5:2

e. En un salón de clase de cierto colegio, por cada 12 mujeres hay 28 hombres.

12:28

RTA// $\frac{\text{Mujeres}}{\text{Hombres}}$ $\frac{12}{28}$

f. En una determinada ciudad, por cada por cada cinco calles hay un CAI.

5:1

RTA// $\frac{\text{Calles}}{\text{CAI}} = \frac{5}{1}$

Figura 21 Evidencia fotográfica del ítem 5

Ítem 6

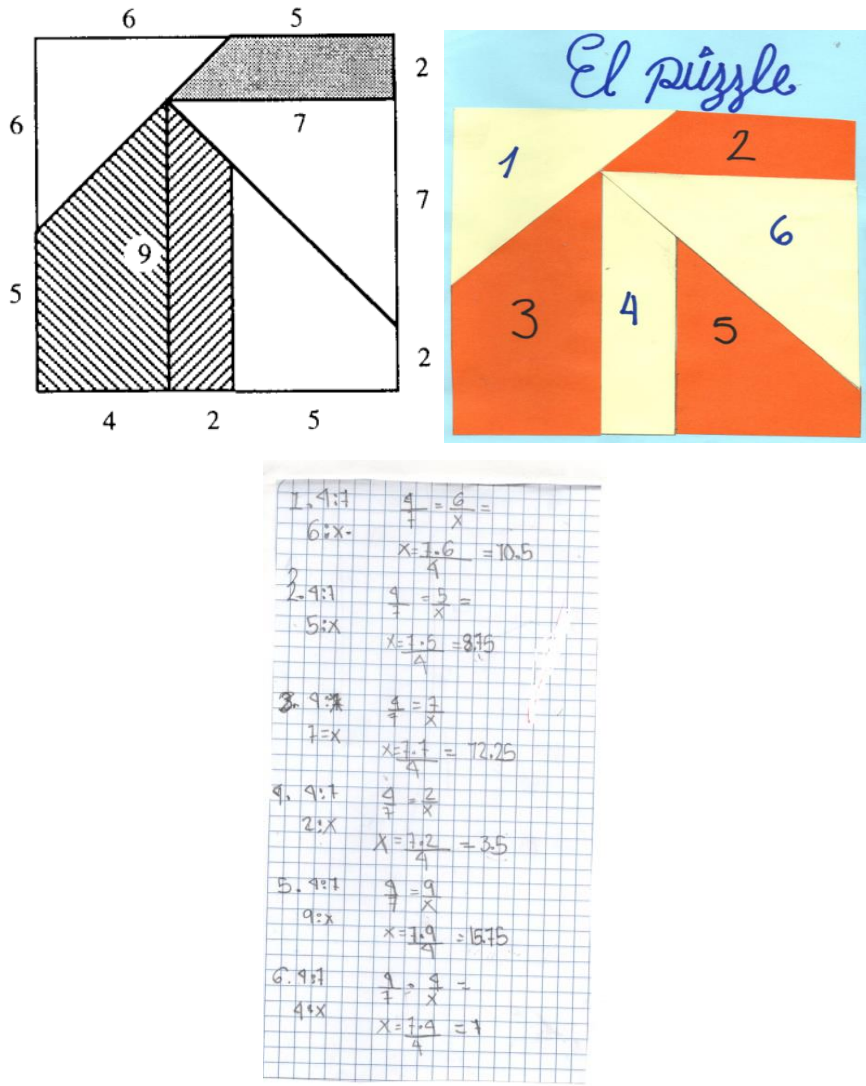


Figura 22 Evidencia fotográfica ítem 6

Actividad evaluativa y análisis

En la actividad evaluativa (ítem 7) se les propusieron diversos problemas contenidos en variados contextos que permitieron que los estudiantes pusieran en práctica los conceptos aprendidos. Para su respectivo análisis se decidió tomar la categorización dada por Freudenthal (1983) de los problemas que implican el manejo de razón y la proporción en diversos contextos, mecionados anteriormente en los apectos didácticos.

No. de pregunta	Item	Correctas (%)	Incorrectas (%)

7	A	75	25
7	B	78,1	21,9
7	C	81,3	18,7
7	D	81,3	18,7
7	E	78,1	21,9
7	F	96,9	3,1
7	G	71,8	28,2

Tabla No. 15 *Porcentaje de respuestas Actividad Evaluativa ítem 7*

Los problemas a y f corresponden a la categoria de comparar magnitudes de diferentes sistemas con un conexión interesante (C2), se trata de identificar el valor que falta a partir de tres dados (T1).

Acontinuación una evidencia fotográfica de respuestas dadas al problema a

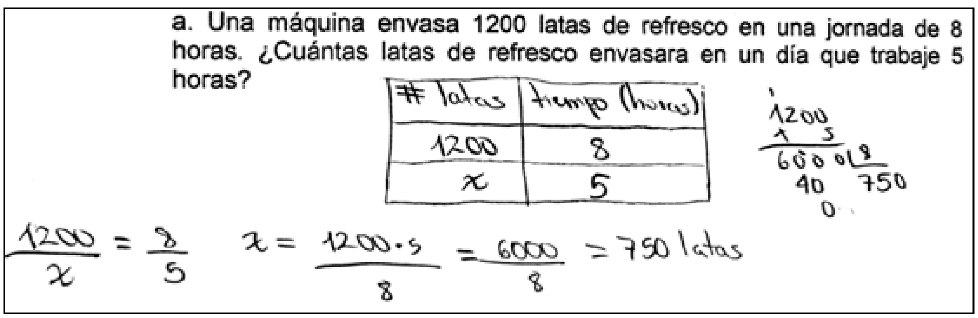
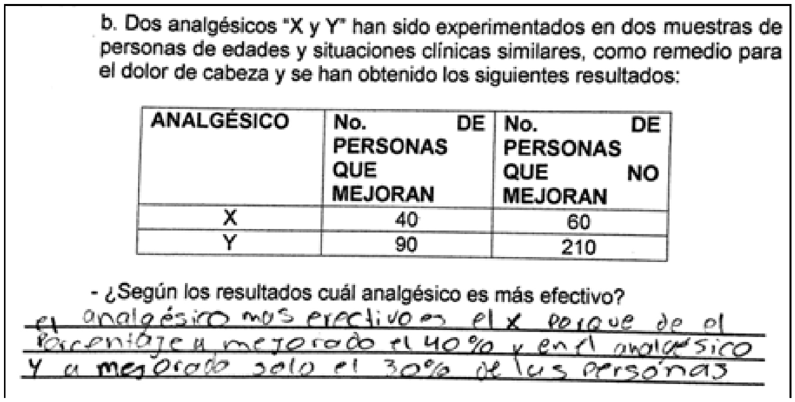


Figura 23 Evidencia fotográfica del problema a ítem 7

Los problemas b, c, d y g corresponden a la categoria de comparar magnitudes de diferentes sistemas (C3) , pero involucrando la tarea de comparación numérica (T2), donde se dan razones completas; es decir no hay que hallar ninguno de los terminos de las dos razones dadas y no se pide una respuesta numérica, sino comparar las razones y apartir se da respuesta a la situación planteada. Aquí se muestra una evidencia fotográfica respuesta dada al ítem b.



b. Dos analgésicos "X y Y" han sido experimentados en dos muestras de personas de edades y situaciones clínicas similares, como remedio para el dolor de cabeza y se han obtenido los siguientes resultados:

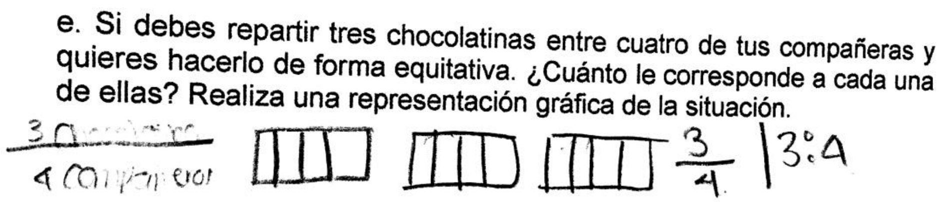
ANALGÉSICO	No. DE PERSONAS QUE MEJORAN	No. DE PERSONAS QUE NO MEJORAN
X	40	60
Y	90	210

- ¿Según los resultados cuál analgésico es más efectivo?

el analgésico mas efectivo es el X porque de el porcentaje a mejorado el 40% y en el analgésico Y a mejorado solo el 30% de las personas

Figura 24 Evidencia fotográfica del problema b ítem 7

El problema e es de la categoria de comparar partes de un entero simple (C1), con la tarea de predicción cualitativa con valores numéricos específicos (T2).

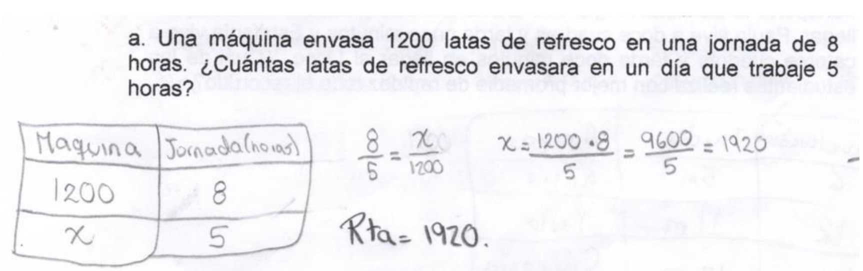


e. Si debes repartir tres chocolatinas entre cuatro de tus compañeras y quieres hacerlo de forma equitativa. ¿Cuánto le corresponde a cada una de ellas? Realiza una representación gráfica de la situación.

Figura 25 Evidencia fotográfica de respuestas dadas al ítem e

Algunas de las dificultades presentadas durante el desarrollo de la guía se indican acontinuación y están representadas de manera muy general con algunos ejemplos dados por los estudiantes.

1. No se establece de manera adecuada la relación de proporcionalidad



a. Una máquina envasa 1200 latas de refresco en una jornada de 8 horas. ¿Cuántas latas de refresco envasara en un día que trabaje 5 horas?

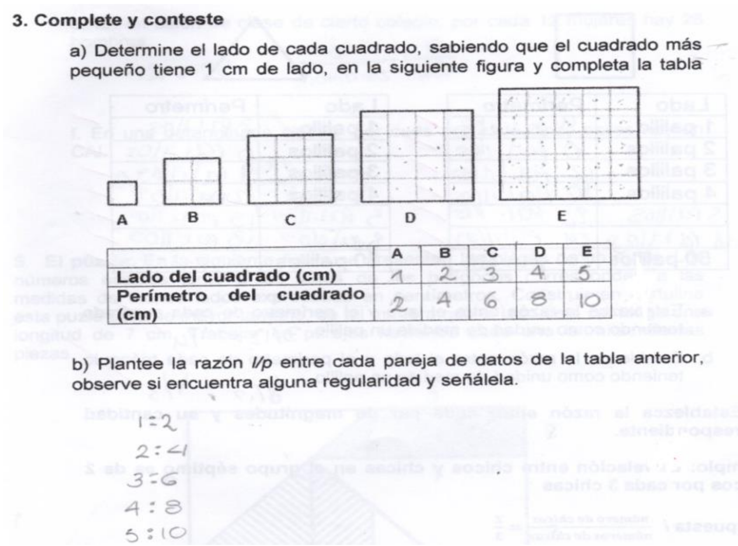
Maquina	Jornada (horas)
1200	8
x	5

$\frac{8}{5} = \frac{x}{1200}$ $x = \frac{1200 \cdot 8}{5} = \frac{9600}{5} = 1920$

Rta= 1920.

Figura 26 Evidencia fotográfica ítem a

2. Presentan problemas con los conceptos de área y perímetro


3. Complete y conteste

a) Determine el lado de cada cuadrado, sabiendo que el cuadrado más pequeño tiene 1 cm de lado, en la siguiente figura y completa la tabla

A B C D E

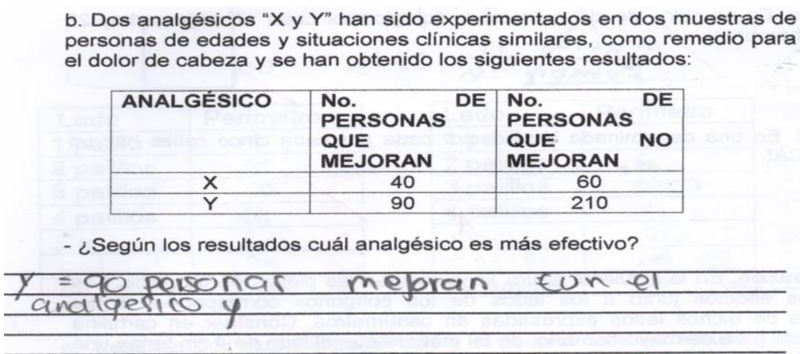
	A	B	C	D	E
Lado del cuadrado (cm)	1	2	3	4	5
Perímetro del cuadrado (cm)	2	4	6	8	10

b) Plantee la razón *l/p* entre cada pareja de datos de la tabla anterior, observe si encuentra alguna regularidad y señálela.

1:2
2:4
3:6
4:8
5:10

Figura 27 Evidencia fotográfica del ítem 3

3. Dificultades con los problemas que implican procesos de análisis y de razonamiento.


b. Dos analgésicos "X y Y" han sido experimentados en dos muestras de personas de edades y situaciones clínicas similares, como remedio para el dolor de cabeza y se han obtenido los siguientes resultados:

ANALGÉSICO	No. DE PERSONAS QUE MEJORAN	No. DE PERSONAS QUE NO MEJORAN
X	40	60
Y	90	210

- ¿Según los resultados cuál analgésico es más efectivo?

Y = 90 personas mejoran con el analgesico y

Figura 28 Evidencia fotográfica del ítem b

4.3.2. Actividad 2. Cocinando Proporcionalmente (Anexo 3)

Aprendizajes Esperados

Interpretación y manejo de los conceptos de razón y proporción en un contexto de la vida cotidiana, manejo adecuado de las variables implícitas en la situación problema.

Desarrollo de la actividad

La actividad se trabajó en el Laboratorio de física del Liceo Colombia, se emplearon dos horas cátedra, correspondientes a 90 minutos. Los estudiantes trabajaron en grupos de cuatro personas para preparar el postre oreo para seis personas.

Figura 29 Evidencia fotográfica del postre de oreo

Actividad Evaluativa y análisis

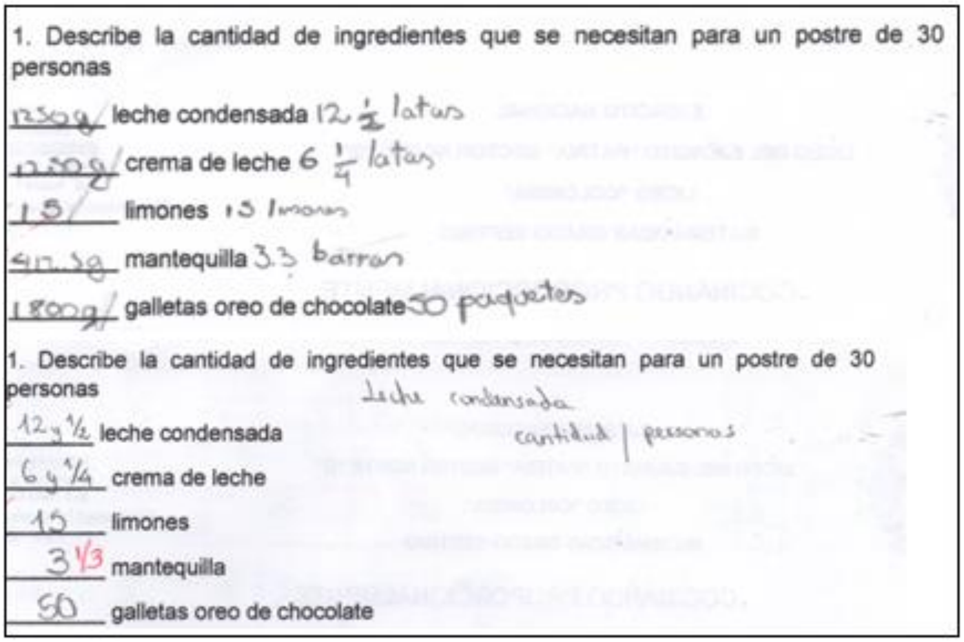
A continuación se relaciona en el siguiente cuadro las repuestas dadas por cada uno de los 32 estudiantes de grado séptimo que desarrollaron el ítem correspondiente a la actividad 2.

No. de pregunta	Correctas (%)	Incorrectas (%)
1	81,3	18,7
2	100	0

Tabla No. 16 *Porcentaje de respuestas* ***Actividad 2*** *"Cocinando proporcionalmente"*

Fue una actividad que cumplió con el objetivo propuesto y los aprendizajes esperados fueron muy significativos para ellos por el contexto real y cotidiano, la situación consiste en comparar magnitudes de diferentes cantidades (C2), con la tarea implícita de comparar tres valores dados y calcular el tercero (T1).

Ítem 1 Evidencias fotográficas de respuestas dadas de manera correcta



1. Describe la cantidad de ingredientes que se necesitan para un postre de 30 personas

1250g leche condensada 12 $\frac{1}{2}$ latas

1250g crema de leche 6 $\frac{1}{4}$ latas

15 limones 15 limones

417.5g mantequilla 3.3 barras

1800g galletas oreo de chocolate 50 paquetes

1. Describe la cantidad de ingredientes que se necesitan para un postre de 30 personas

12 y 1/2 leche condensada

6 y 1/4 crema de leche

15 limones

3 1/3 mantequilla

50 galletas oreo de chocolate

Figura No. 30 Evidencia fotográficas de respuestas ítem 1

La estudiante decide trabajar con las dos expresiones numéricas, tanto la que indica la cantidad de ingredientes y la que indica el peso.

A continuación, se muestra una evidencia fotográfica del tipo de operaciones realizadas.

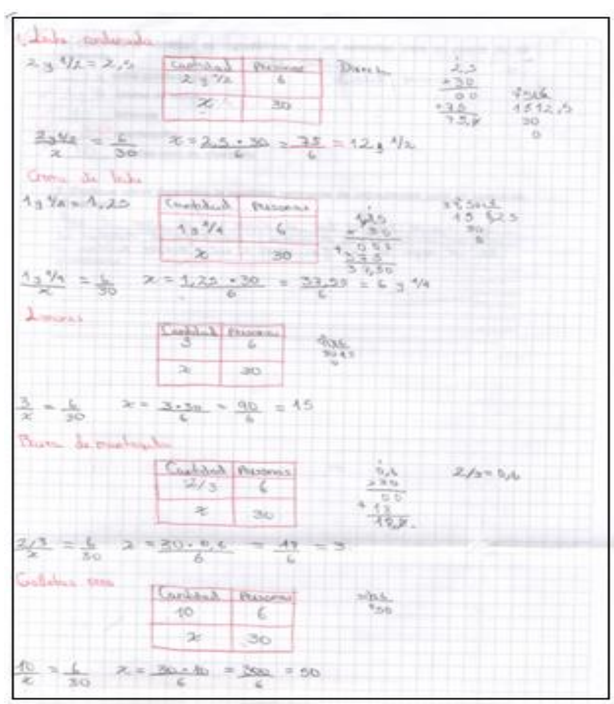


Figura 31 Evidencia fotográfica operaciones ítem 1

Podemos evidenciar como la estudiante hace un uso adecuado de la definición de relación proporcional y logra establecer la cantidad necesaria de ingredientes para un postre oreo para 30 personas.

El principal problema que se identificó en algunos estudiantes como se muestra en la imagen siguiente fue que no lograron operar con los números racionales mixtos como $2\frac{1}{2}$. Aquí se muestra una evidencia fotográfica de los errores cometidos.

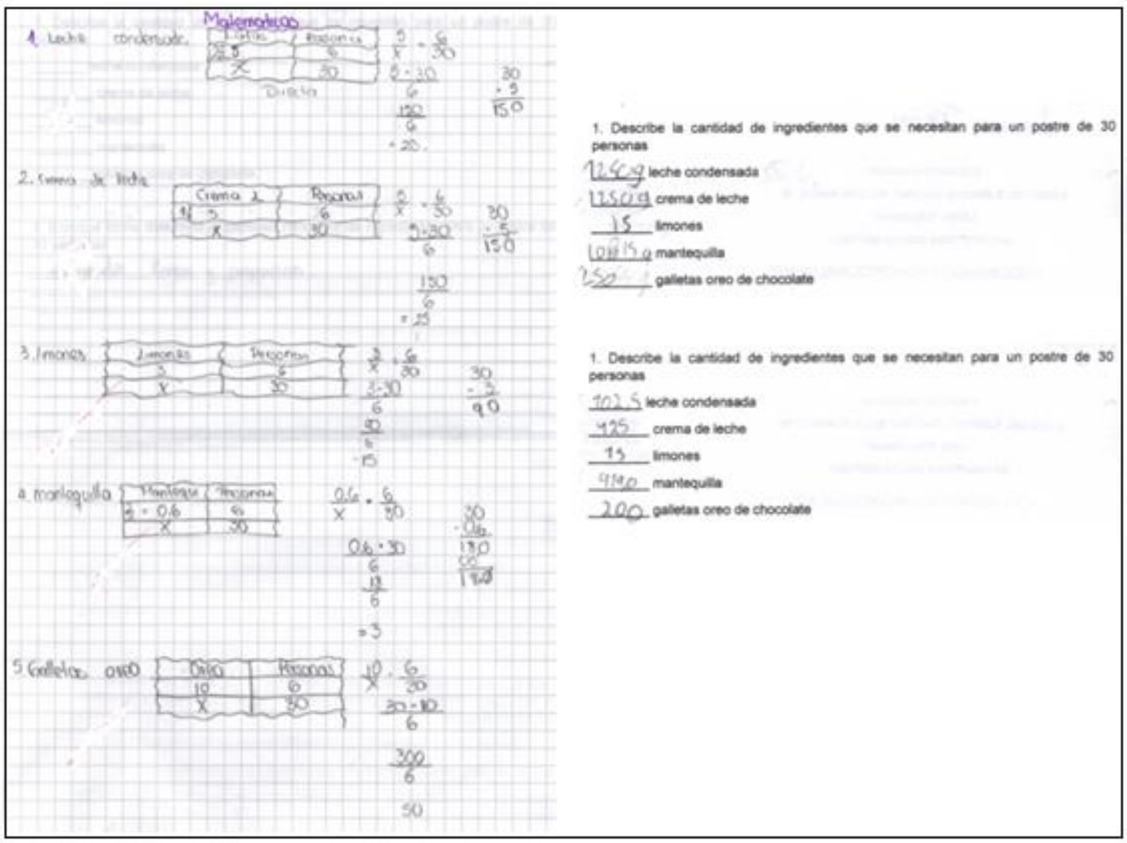
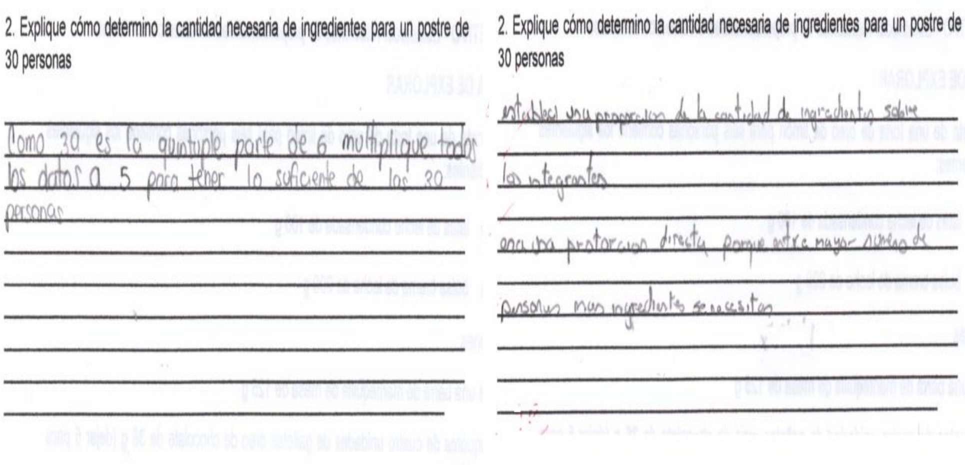


Figura No. 32 Evidencia fotográfica de errores cometidos ítem 1

En la segunda parte lograron establecer de manera intuitiva la constante de proporcionalidad a partir de un contexto que fue significativo para ellos. Aquí se muestran algunas respuestas dadas por ellos.


2. Explique cómo determino la cantidad necesaria de ingredientes para un postre de 30 personas

Como 30 es la quintuple parte de 6 multiplique todos los datos a 5 para tener lo suficiente de las 30 personas

2. Explique cómo determino la cantidad necesaria de ingredientes para un postre de 30 personas

establecí una proporción de la cantidad de ingredientes sobre los integrantes

es una proporción directa porque entre mayor número de personas mas ingredientes se necesitan

Figura No. 33 Evidencia fotográfica respuestas ítem 2

4.3.3. Actividad 3. Escala Proporcional (Anexo 4)

Aprendizajes esperados

Interpretación y manejo de las nociones de razón y proporción en situaciones que requieren del manejo de escalas, ampliación y reducción de figuras.

Desarrollo de la actividad

La actividad se desarrolló en 6 horas (45 minutos cada hora) institucionales de clase, se trabajó en tres partes que son: la primera en los alrededores del colegio iniciando en el patio de la virgen María donde todos los grupos comenzaban cada uno de los desplazamientos contenidos en el punto 2 de la guía. En la segunda parte se realizó el mapa a escala en centímetros y milímetros en el pasillo frente al salón de clase y la tercera parte la actividad evaluativa del taller se realizó en el salón de clase.

A continuación, se muestran algunas evidencias fotográficas del trabajo realizado.

Figura No. 34 Evidencia fotográfica del trabajo en grupo del ítem 2

Ítem 5, aquí se muestra una evidencia del esquema en mm.

$$\mathbf{1\ \boldsymbol{paso} = 1\ \boldsymbol{mm\ en\ e\ lmapa}}$$

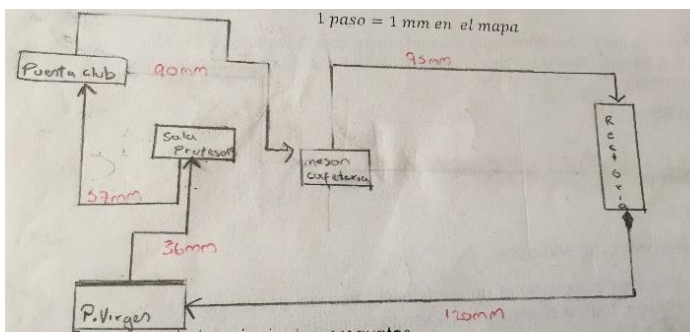


Figura 35 Evidencia del recorrido a escala en mm (ítem 5)

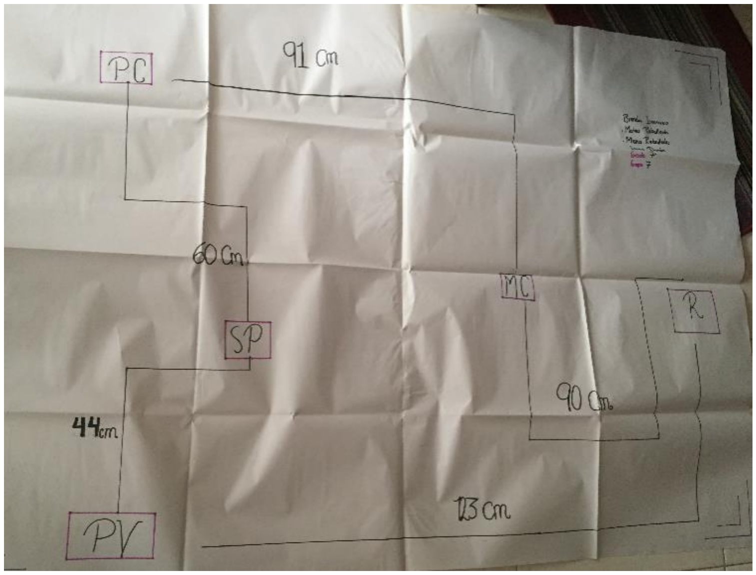


Figura No. 36 Evidencia del recorrido a escala en cm (ítem 6)

Evidencia de la respuesta dada por un estudiante de por qué no se podrá hacer un mapa a escala 1 m (ítem 6 parte c)

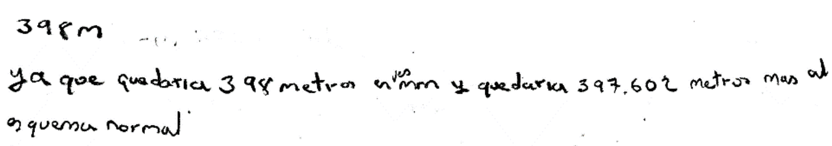


Figura No. 37 Evidencia fotográfica ítem 6 parte c

Actividad Evaluativa y análisis

A continuación se relaciona en el siguiente cuadro el porcentaje de repuestas dadas por los estudiantes en el desarrollo de la guia correspondiente a la actividad 3.

No. de pregunta	Item	Correctas (%)	Incorrectas (%)
7	A	96,9	3,1
7	B	90,6	9,4
7	C	90,6	9,4
7	d (triángulo)	93,8	6,2

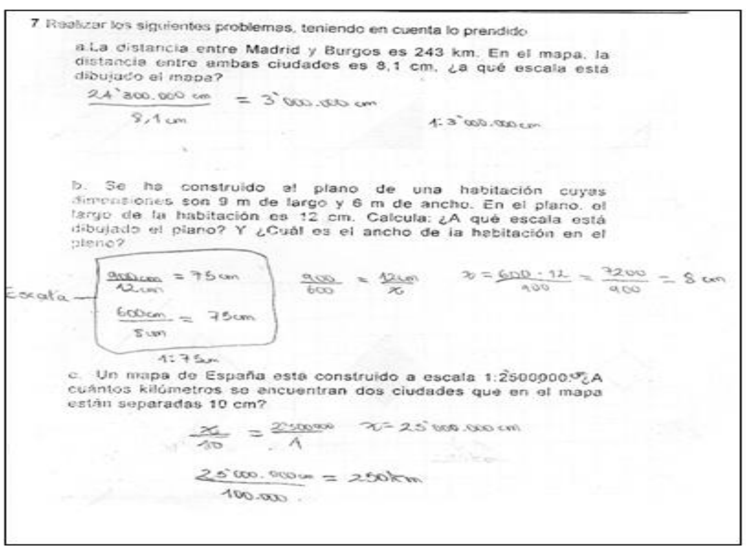
7	d (rombo)	96,9	3,1
7	d (cuadrado)	90,6	9,4

Tabla No. 17 *Porcentaje de respuestas* ***Actividad No. 3*** *"Escala proporcional"*

La actividad evaluativa corresponde al ítem 7 que consta de una serie de problemas complementarios contenidos en el anexo 4. Los problemas según las categorías establecidas por Freudenthal (1983) estarían inmersos en la categoría (C3) que consiste en comparar magnitudes de dos sistemas relacionadas conceptualmente, pero no pensadas naturalmente como partes de un entero común. Estas comparaciones se refieren a escalas e incluyen cuestiones de ampliación y reducción de figuras; con dos tipos de tareas el de encontrar un valor a partir de tres dados y el de comparar valores numéricos específicos (T1).

La actividad fue muy significativa para los estudiantes, ya que se implementaron tres estrategias que fueron relevantes para el trabajo en grupo que fueron, primero el trabajo colaborativo, la motivación, un buen ambiente de trabajo lo que favorece el aprendizaje y se evidencia en los resultados expresados.

A continuación, se muestran una evidencia fotográfica de algunas respuestas dadas por los estudiantes quienes resolvieron los ítems a, b y c de manera adecuada.


7 Realizar los siguientes problemas, teniendo en cuenta lo prendido

a. La distancia entre Madrid y Burgos es 243 km. En el mapa, la distancia entre ambas ciudades es 8,1 cm, ¿a qué escala está dibujado el mapa?

24`300.000 cm / 8,1 cm = 3`000.000 cm

1: 3`000.000 cm

b. Se ha construido el plano de una habitación cuyas dimensiones son 9 m de largo y 6 m de ancho. En el plano, el largo de la habitación es 12 cm. Calcula: ¿A qué escala está dibujado el plano? Y ¿Cuál es el ancho de la habitación en el plano?

Escala

900 cm / 12 cm = 75 cm

600 cm / 8 cm = 75 cm

1: 75 cm

900 / 600 = 12 cm / x

x = 600 · 12 / 900 = 7200 / 900 = 8 cm

c. Un mapa de España esta construido a escala 1:2500000. ¿A cuántos kilómetros se encuentran dos ciudades que en el mapa están separadas 10 cm?

x / 10 = 2`500000 / 1 x = 25`000.000 cm

25`000.000 cm / 100.000 = 250 km

Figura No. 38 Evidencia fotográfica ítems a, b, c

Las dificultades presentadas durante el desarrollo fueron:

- No se realiza bien la conversión de unidades en el sistema métrico decimal.

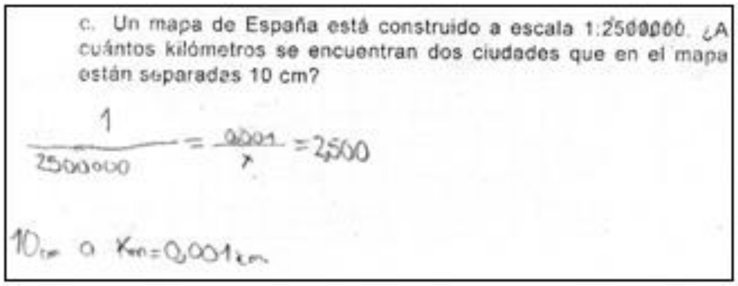


Figura No. 39 Evidencia fotográfica de errores de conversión

- No realiza una buena amplificación y reducción de las figuras de acuerdo a la razón establecida.

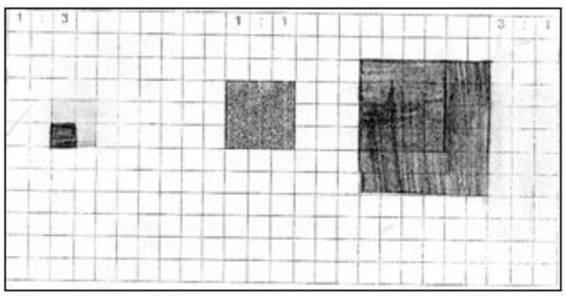


Figura No. 40 Evidencia fotográfica de errores de ampliación/reducción

4.3.4. Actividad 4. Medición de distancias y alturas (Anexo 5)

Aprendizajes Esperados

Compresión y aplicación de los conceptos de semejanza, razón, proporción, constante de proporcionalidad geométrica, criterios de semejanza, teorema de Tales, el tipo de relación establecida entre dos magnitudes inmersas en el contexto geométrico para así generar un aprendizaje significativo e intuitivo en el cálculo de distancias y alturas.

Desarrollo de la actividad

La guía se desarrolló en cinco horas institucionales (45 minutos cada hora), se utilizaron dos espacios institucionales, el primero en el salón de grado séptimo y el otro en el campo de futbol del club del circulo de suboficiales.

En un primer momento la docente explicó los principales conceptos teóricos a trabajar dentro de la guía, ya que los estudiantes desconocían la temática por completo. En un segundo momento los estudiantes formaron grupos de trabajo de seis integrantes para trabajar y desarrollar los diferentes ítems planteados. En un tercer momento desarrollaron de manera individual la parte correspondiente a la actividad evaluativa.

A continuación, se muestran algunas evidencias del trabajo realizado por los estudiantes.

Ítem 1 Donde establecen la relación de semejanza entre cada par de figuras

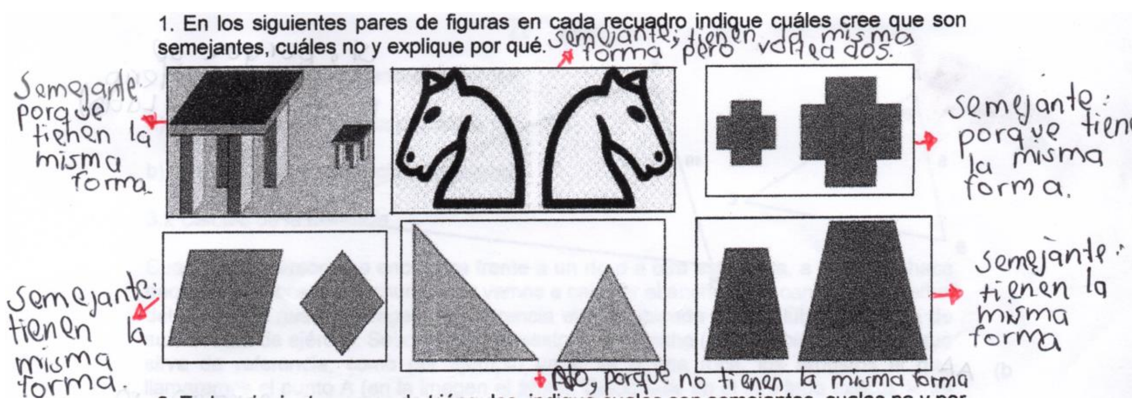
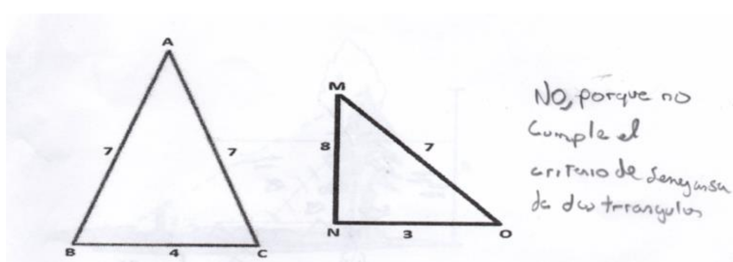


Figura No. 41 Evidencia fotográfica ítem1

Ítem 2 evidencia de la semejanza establecida entre un par de triángulos y la constante de proporcionalidad dadas por los grupos de trabajo.



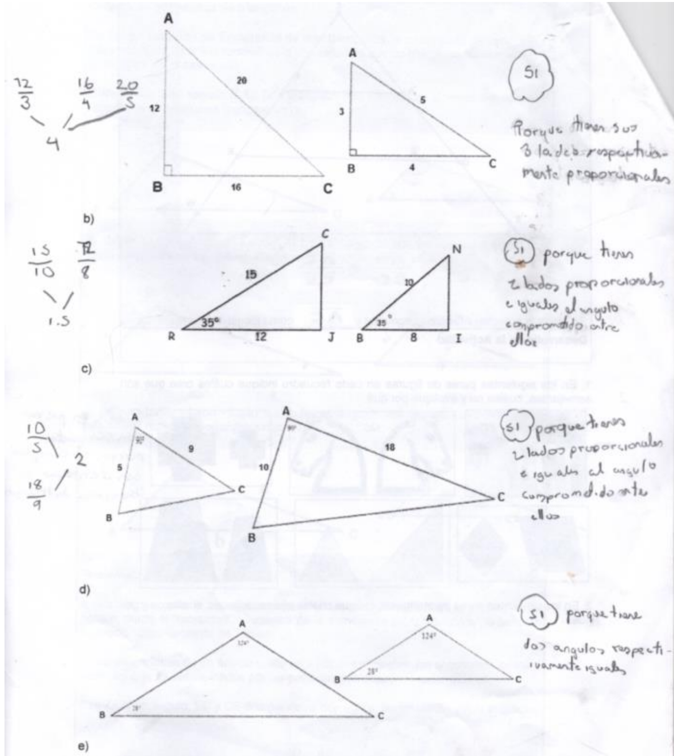
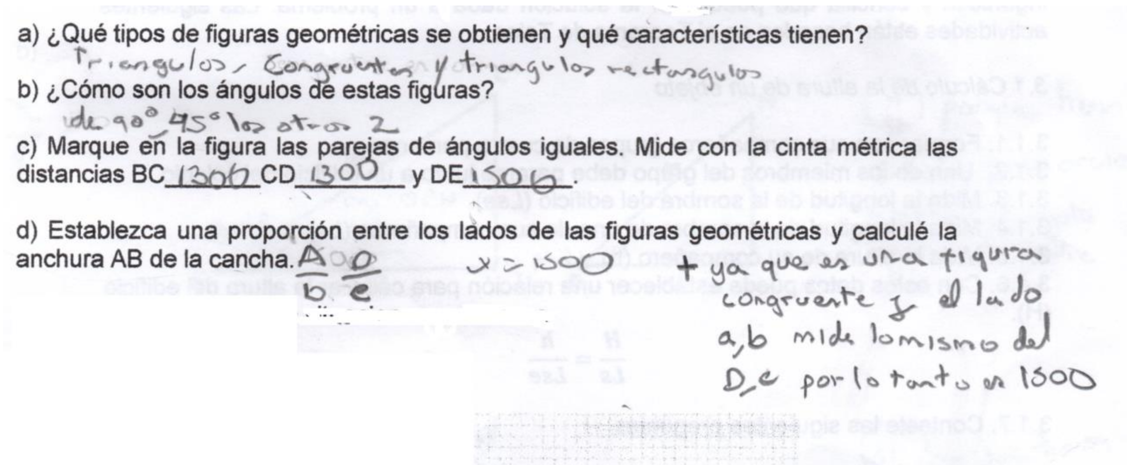


Figura No. 42 Evidencia fotográfica del cálculo de semejanzas

Ítem 3 Evidencia del trabajo para el cálculo de distancias utilizando el teorema de Tales

Figura No. 43 Evidencia fotográfica de la medición con Tales


a) ¿Qué tipos de figuras geométricas se obtienen y qué características tienen?
Triangulos, Congruentes y triangulos rectangulos
b) ¿Cómo son los ángulos de estas figuras?
de 90° 45° los otros 2
c) Marque en la figura las parejas de ángulos iguales. Mide con la cinta métrica las distancias BC 1300 CD 1300 y DE 1500.

d) Establezca una proporción entre los lados de las figuras geométricas y calculé la anchura AB de la cancha. A/b = D/e   x = 1500 + ya que es una figura congruente y el lado a,b mide lomismo del D,e por lo tanto es 1500

Figura No. 44 Evidencia fotográfica de los cálculos matemáticos

Actividad Evaluativa y análisis

Esta parte de la guía se resolvió de manera individual y en el siguiente cuadro se muestran las respuestas dadas.

No. De pregunta	Ítem	Correctas	Incorrectas
4	**A**	87,5	12,5
4	**I**	100	0
4	**II**	100	0
4	**III**	100	0
4	**IV**	100	0
4	**B**	87,5	12,5
4	**C**	87,5	12,5

Tabla No. 18 *Porcentaje de respuestas* ***Actividad 4*** *“Medición de distancias y alturas*”

Los problemas según las categorías establecidas por Freudenthal (1983) están inmersos en la categoría 3 que consiste en comparar magnitudes de dos sistemas relacionados conceptualmente, pero no pensadas naturalmente como partes de un entero común (C3). Estas comparaciones se refieren a escalas e incluyen cuestiones de ampliación y reducción en transformaciones de semejanza; con dos tipos de tareas el de encontrar un valor a partir de tres dados y el de comparar valores numéricos específicos (T2).

Para los estudiantes la experiencia fue muy significativa, el 87,5% de los estudiantes logró resolver los problemas a, b, c de manera correcta según consta en la tabla anterior.

La dificultad presentada fue la siguiente: Los estudiantes no lograron interpretar la relación de proporcionalidad implícita en el teorema de Tales, a continuación, se muestra un ejemplo, del error cometido.

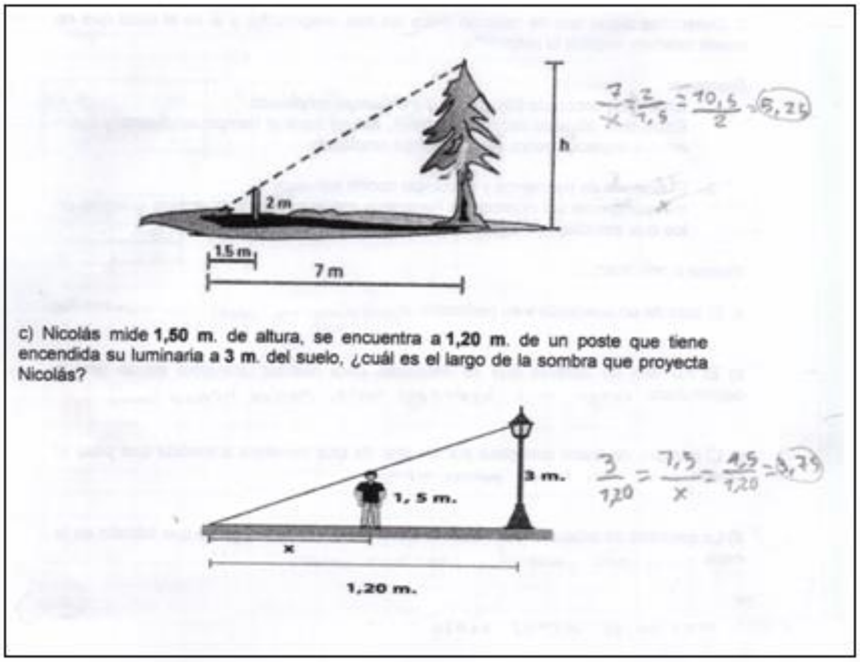


Figura No. 45 Evidencia fotográfica cálculo con el Teorema de Tales

4.3.5. Actividad 5. Proporcionalidad en otros contextos (Anexo 6)

Aprendizajes Esperados

Identificar la razón y la proporción en otros contextos propios de algunas ciencias y ver la utilidad de las matemáticas para resolver problemas inmersos en otras ciencias, comprender la relación entre dos magnitudes de carácter heterogéneo y compararlas para resolver los problemas propuestos.

Recordemos

Esta parte explica en qué consiste la actividad y que concepto ayudará a resolver las situaciones dadas.

Desarrollo de la actividad

Esta guía fue desarrollada en cuatro horas institucionales (cada hora tiene 45 minutos); se dividió en dos momentos: el primero trabajado en la cancha de futbol del club del círculo de sub oficiales y el segundo momento correspondiente a la actividad evaluativa en el salón de clase de grado séptimo.

Para la primera actividad realizada al aire libre, los estudiantes debían organizarse en grupos máximo de 7 y mínimo de 6 personas para desarrollar la actividad de la guía.

Para la segunda parte de manera individual, responder los problemas complementarios con el fin de poner en práctica los aprendizajes trabajados.

A continuación, se muestran algunas evidencias fotográficas del desarrollo de la actividad.

Figura No. 46 *Ítem 5 Evidencia fotográfica del trabajo al aire libre*

No. Intentos	Distancia total	tiempo total	Distancia 1	tiempo 1	Distancia 2	tiempo 2	Distancia 3	tiempo I 3	Distancia 4	tiempo 4	Velocidad
1	0-60m	46s	15m	12s	30m	12s	45m	13s	60m	12s	1,30m/s
1	0-60m	44s	15m	10s	30m	11s	45m	11s	60m	13s	1,36m/s
1	0-60m	36s	15m	8s	30m	8s	45m	9s	60m	9s	1,66m/s
2	0-60m	38s	15m	9s	30m	8s	45m	8s	60m	9s	1,57m/s
1	0-60m	37s	15m	9s	30m	9s.	45m	10s	60m	7s	1,62m/s
1	0-60m	42s	15m	9s	30m	10s	45m	10s	60m	10s	1,42m/s

Figura No. 47 Ítem 8 Evidencia de la tabla de los datos consignados por un grupo

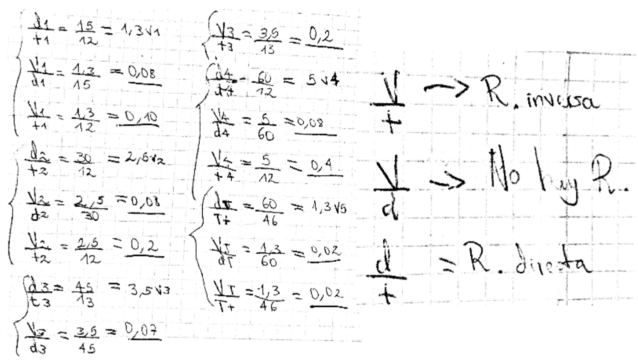


Figura No. 48 Ítem 9 Evidencia de las respuestas dadas

Actividad evaluativa y análisis

En la siguiente tabla se relacionan las repuestas dadas por los estudiantes en cada ítem del punto 10.

No de pregunta	ítem	Correctas (%)	Incorrectas (%)
10	**A**	93,8	6,2
10	**B**	100	0
10	**c.I**	100	0
10	**c.II**	90,6	9,4
10	**D**	100	0
10	**E**	100	0
10	**e.i**	100	0
10	**e.ii**	100	0

Tabla No. 19 *Porcentaje de respuestas* ***Actividad 5 "****Proporcionalidad en otros contextos****"***

Para su respectivo análisis se tomó la categorización dada por Freudenthal (1983) de los problemas que implican el manejo de razón y la proporción en diversos contextos, dentro de los cuales se relacionan los siguientes:

Los problemas a, b y c corresponden a la categoria 2 (C2) de comparar magnitudes de diferentes sistemas, para realizar la tarea (T1) de identificar el valor que falta a partir de tres dados. Aquí se muestra una evidencia fotográfica de repuestas dadas a los problemas a, b y c resueltos de manera correcta.

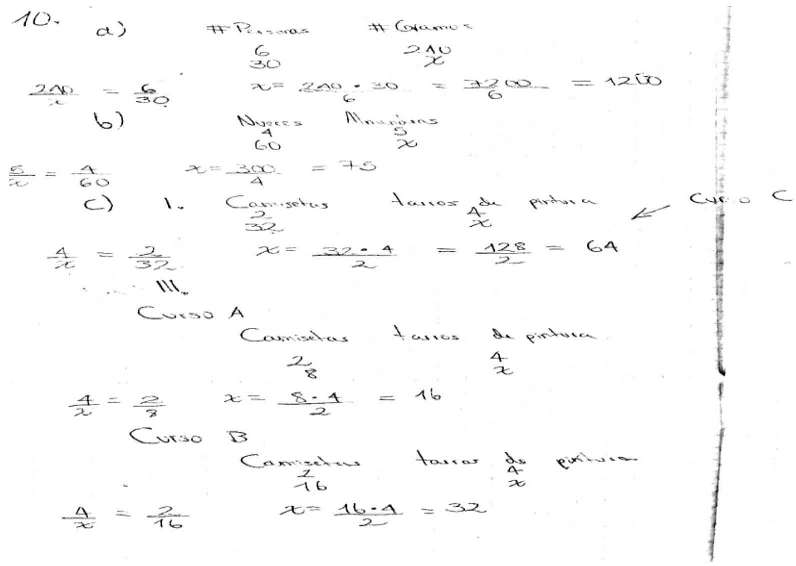


Figura No. 49 Evidencia de los ´tems a, b y c

Los problemas d y e corresponden a la categoria 2 (C2) de comparar magnitudes de diferentes cantidades, pero involucrando la tarea (T2) de comparación numérica para hallar el valor unitario,con un abordaje de razones externas (entre dos magnitudes heterogéneas). A continuación se muestra la evidencia fotográfica de unarespuesta dada al ítem 10 parte d de manera correcta.

Cantidad de estudiantes	Precio transporte ($)
4	2000
8	4000
12	6000
6	3000
18	9000
24	12000

Figura No. 50 Evidencia del ítem d

En la siguiente evidencia se muestran algunos de los errores cometidos en el ítem a y III por algunos de los estudiantes en el planteamiento de la relación de proporcionalidad establecida y el uso arbitrario de la suma para la solución del ítem planteado.

III) ¿Cuántos tarros de pintura deberá comprar cada curso si en ellos hay 8, 16 y 32 chicos, respectivamente?" 8+16+32 = 56   4×14 = 56

se deberia comprar de a 14 tarros de pintura

a) Un pastel para 6 personas necesita 240g de mantequilla. ¿Cuantos gramos de mantequilla se necesitan para un pastel de 30 personas? $\frac{6}{30} = \frac{240}{x} = x = \frac{240 \times 6}{30} = 48$

Figura No. 51 Evidencia del III ítem a

4.3.6. Actividad 6. El porcentaje (Anexo 7)

Aprendizajes Esperados

Comprender la comparación entre números en actividades de la vida cotidiana en los cuales muchos datos se relacionan en la práctica con el número 100. El tanto por ciento es una forma de expresar un número como una razón y se espera un aprendizaje significativo en el manejo del concepto.

Desarrollo de la actividad

La actividad fue desarrollada en el Club del Círculo de Suboficiales del Ejército en dos horas cátedra correspondientes a 90 minutos, se trabajó al aire libre se organizaron en grupos de a tres personas y uno de dos.

Actividad Evaluativa y análisis

Las actividades planteadas en la guía fueron situaciones de la vida cotidiana que involucran el uso del porcentaje. En el siguiente cuadro se relacionan las respuestas dadas por los estudiantes tanto en la actividad a desarrollar, como la evaluativa.

No. De pregunta	Ítem	Correctas (%)	Incorrectas (%)
1	A	93,8	6,2
1	B	93,8	6,2
1	C	93,8	6,2
2		93,8	6,2
3	a.I	96,9	3,1
3	a.II	96,9	3,1
3	B	100	0
3	c.I	100	0
3	c.II	100	0
3	c.III	100	0
3	D	93,8	6,2

Tabla No. 20 *Porcentaje de respuestas* ***Actividad No. 6*** *"El porcentaje"*

La actividad fue muy significativa para los estudiantes ya que este fue uno de los problemas identificados en la prueba diagnóstica en la pregunta 7 y la anterior tabla nos corrobora que los estudiantes mejoraron la comprensión, ya que el porcentaje de respuestas incorrectas es bajo comparado con el porcentaje de respuestas correctas. Es evidente que el trabajo colaborativo, un buen ambiente y la motivación favorecen el aprendizaje.

Los problemas se analizaron teniendo en cuenta las categorías establecidas por Freudenthal contenidas en el marco didáctico, las cuales son:

Los problemas a, b y c del ítem 1, el ítem 2 y el ítem 3 a, b y c, son de la categoría 3 (C3) que consisten en comparar magnitudes relacionadas, de la tarea de problemas de comparaciones independientes de valores específicos (T2). Evidencia de las respuestas puntos 1 y 2 de la guía resueltos de manera correcta.

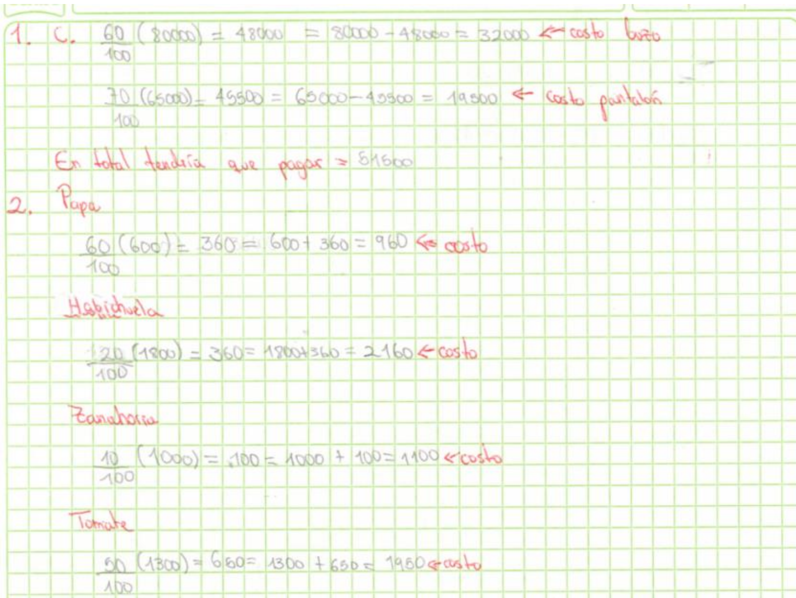


Figura No. 52 Evidencia ítems 1 y 2

Los problemas del ítem 3 d son de la categoría de comparar magnitudes relacionadas conceptualmente, con la tarea específica de calcular problemas de comparaciones de valores independientes.

Algunas dificultades que presentaron algunos estudiantes fueron en el desarrollo de las operaciones con los números racionales e interpretación de los problemas, porque en ninguno de los talleres se permitió el uso de calculadora con el fin fortalecer el cálculo mental y el trabajo con los números racionales. Aquí se muestra una evidencia fotográfica de los errores cometidos en el ítem 2.

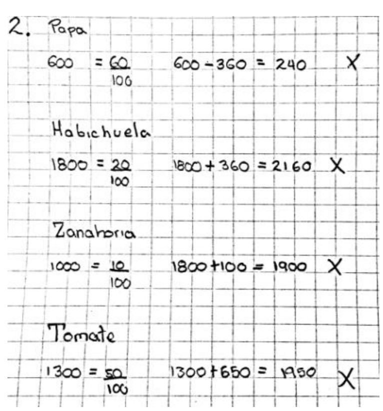


Figura No. 53 Evidencia de errores

4.3.7. Actividad 7. El transporte de canicas (Anexo 8)

Aprendizajes esperados

Identificar los tipos de relaciones establecidas entre dos magnitudes de manera inversa, la constante de proporcionalidad característica de ellas y su representación gráfica.

Actividades desarrolladas

La guía fue trabajada durante 4 horas cátedra (45 minutos cada hora), en dos espacios correspondientes que son: Salón de clase en el Liceo Colombia y el Club del Círculo de Sub Oficiales de Ejército. La actividad está dividida en dos momentos; el primero es la actividad practica y el segundo la actividad evaluativa.

Los estudiantes desarrollaron la primera parte de la actividad en grupos máximo de 7 personas y mínimo de 6 personas, en la cancha de futbol ubicada en el club que se encuentra en el círculo de sub oficiales de ejército. Para desarrollar esta actividad tenían que realizar dos marcas una inicial donde tendrían que poner una vasija con las 120 canicas y la otra final a 30 metros de la inicial con otra marca y la segunda vasija

La segunda parte de la actividad evaluativa se realizó de manera individual en el salón de clase; consistía en responder los problemas complementarios teniendo en cuenta los aprendizajes esperados.

Aquí se mostrarán algunas evidencias del trabajo desarrollado durante la ejecución de las actividades

En el desarrollo de la actividad se trabajó en grupos los ítems 1, 2, 3 y 4.

Figura No. 54 Evidencia fotográfica del trabajo colaborativo

Número de viajes	Cantidad de cucharas
20	3
60	1
15	4
12	5
10	6

Figura No. 55 Evidencia de cómo los grupos completaron la tabla del ítem 5

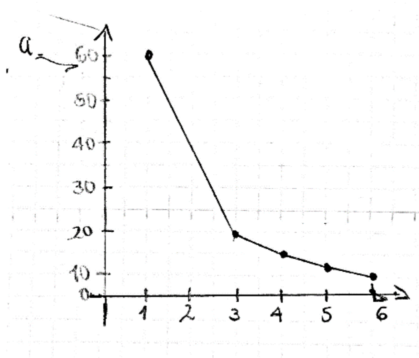


Figura No. 56 Evidencia de la gráfica del número de viajes vs cantidad de cucharas.

Aquí se relacionan los análisis dados por los estudiantes quienes lograron evidenciar el tipo de proporcionalidad inversa, la cual es que “entre más números de cucharas menos viajes se realizan”

6. $\frac{20}{x} = \frac{7}{3}$ $\quad x = \frac{20 \cdot 3}{7} = \frac{60}{7} = 8,5$

Figura 57 Evidencia fotográfica del número de viajes que tienen que realizar con siete cucharas

Justificación dada por uno de los grupos "*Porque 20 es a x como 7 es a 3 es un tipo de relación inversa por lo tanto al realizarlo son 8 viajes y medio, en el noveno viaje toca menos cucharas para poder completar el transporte de las 120 canicas*".

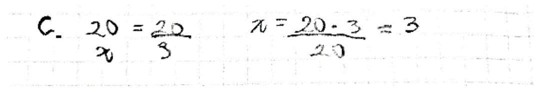


Figura 58 Evidencia fotográfica del número de viajes que tendría que realizar si tuvieran 20 cucharas.

Justificación dada por uno de los grupos "*Si se tienen 20 cucharas se necesitan 3 viajes para llevar todas las canicas*".

Actividad Evaluativa y análisis

En la siguiente tabla se relacionan las repuestas dadas por cada uno de los 32 estudiantes de grado séptimo del Liceo Colombia.

No. de pregunta	Ítem	Correctas (%)	Incorrectas (%)
7	A	87,5	12,5
7	B	93,8	6,2
7	C	93,8	6,2
7	d.Tabla	100	0
7	d.I	100	0
7	d.II	100	0
7	d.III	100	0
7	d.IV	100	0
7	e.Tabla	100	0
7	e.I	100	0
7	e.II	100	0
7	e.III	100	0
7	e.IV	100	0

Tabla No. 21 *Porcentaje de respuestas* ***Actividad 7*** *"Transporte de canicas"*

Para analizar los problemas se utilizó la categorización dada por Freudenthal (1983) de la siguiente manera:

Los problemas a, b, c, d y e son de la categoría de comparar magnitudes de diferentes sistemas (C2), con las respectivas tareas de problemas donde faltan valores y de comparación numérica (T1). Ejemplo de evidencia fotográfica del ítem 7 a, b y c resuelto adecuadamente.

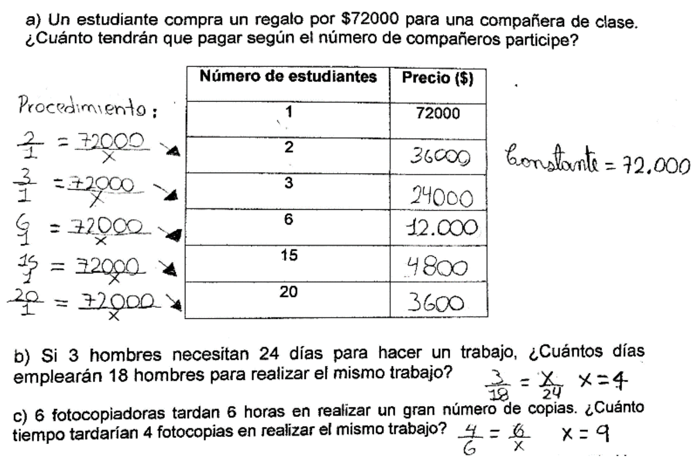


Figura 59 Evidencia pregunta 7 ítem a, b y c

A continuación, se evidencian algunas dificultades presentadas

- Dificultad en el tipo de proporcionalidad establecida, ejemplo evidencia fotográfica de calcular el número de días que gastaran 18 hombres en realizar un trabajo.

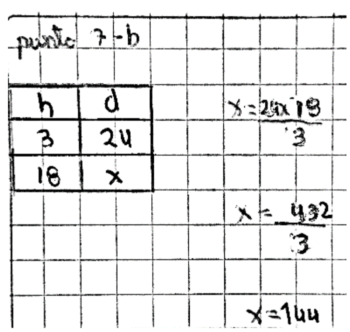


Figura 60 Evidencia del error en el tipo de proporcionalidad

- Dificultad en el manejo de operaciones básicas con números racionales

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

La prueba diagnóstica fue usada como herramienta para indagar los conocimientos previos, identificar las dificultades presentadas y así generar las actividades adecuadas para la población de estudio, con el fin de favorecer el aprendizaje del objeto de conocimiento y garantizar el éxito en la aplicación de la secuencia didáctica.

La implementación de la secuencia didáctica permitió trabajar los conceptos de razón y proporción lo que favoreció la capacidad de los estudiantes de razonar, procesar y organizar información, además del desarrollo de habilidades en las operaciones formales (esta etapa inicia desde los 11 a 12 años de edad, donde los estudiantes son capaces de realizar procesos de razonamiento hipotético y deductivo, desarrolla la capacidad de pensar en conceptos más abstractos[4]). para facilitar la resolución de problemas que implican el uso del razonamiento proporcional en diversos contextos.

El uso de diversos contextos tanto cotidianos, como de las propias matemáticas y de otras ciencias incrementó de manera significativa la comprensión de los conceptos de razón y proporción, lo que se evidenció en el porcentaje de estudiantes que respondían correctamente con los ítems propuestos en las diferentes actividades de la unidad didáctica, en comparación con los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica.

Es potencialmente significativo para un estudiante que un docente utilice como estrategia la motivación durante el proceso de aprendizaje, a través del uso de diferentes espacios

[4]Tomado de Inhelder, B., & Piaget, J. (1985) citado por de Adrián, J., 2007.

y del trabajo colaborativo. La distribución de los estudiantes en grupos de trabajo con estudiantes con un rol específico; fue un desafió que permitió cumplir con el objetivo propuesto en cada una de las actividades dentro de la secuencia didáctica.

Es importante resaltar que, durante el análisis de las actividades evaluativas de la secuencia didáctica se identificaron algunos errores conceptuales como el de no diferenciar adecuadamente entre área y perímetro, errores en el manejo de las operaciones básicas, problemas que debieron ser abordados anteriormente.

5.2 Recomendaciones

Durante la puesta en marcha de la secuencia didáctica surgieron algunas dificultades, las cuales se convierten en sugerencias a tener en cuenta para tener un óptimo rendimiento en el desarrollo de la secuencia dentro de las cuales se sugieren las siguientes:

- En la implementación de la prueba diagnóstica es importante cambiar el orden de las preguntas de acuerdo con los niveles de dificultad; por ejemplo, cambiar la pregunta 6 por la 3 y viceversa.

- La actividad generó aprendizaje significativo gracias a tres estrategias implementadas que son: el trabajo colaborativo, el ambiente y la motivación.

- En las actividades 1 y 2 no se lograron resultados del 100% de efectividad, porque la docente no intervino en la organización de los grupos de trabajo. En las últimas actividades si se logró eficiencia de máximo rendimiento por organizar los grupos con estudiantes de diversos ritmos de aprendizaje.

- Es importante identificar aquellos estudiantes que por su dinámica convivencial pueden generar distracción en sus compañeros de trabajo y así desviar la atención del fin propuesto; asignarles un rol dentro de la actividad donde ellos tengan que responder y liderar.

- Es importante que antes de resolver la actividad evaluativa se procure dar espacios (mesas de diálogo, mesa redonda, entre otras) de retroalimentación con el fin de generar aprendizaje significativo y comprender el concepto implícito de la actividad; el rol del docente principalmente debe ser el de guiarlos para construir esos conceptos y así fortalecer la estructura cognitiva de cada uno de los estudiantes.

- Es importante trabajar en diferentes espacios, la rutina y la cotidianidad bajan la motivación y no favorecen el aprendizaje.

ANEXOS

ANEXO 1 Prueba Diagnóstica

PRUEBA DIAGNÓSTICA SOBRE PROPORCIONALIDAD
MATEMÁTICAS GRADO SÉPTIMO

Nombre_______________________________________ Fecha: _________

1. La relación entre chicos y chicas en el grupo séptimo es de 2 chicos por cada 3 chicas. Si hay 12 chicos en Séptimo ¿cuántas chicas hay?
a.13
b. 18
c. 5
d. 30

2. Responde los ítems a y b teniendo en cuenta la siguiente información

La tabla muestra la relación existente entre el número de cuadernos y su costo en pesos, en una papelería del barrio. Se han borrado algunos valores.

No. Cuadernos	Precio
2	$ 6.000
3	$ 9.000
4	
	$ 24.000
6	
7	
15	

a. Ayuda al dueño de la papelería a completarla, teniendo en cuenta que todos los cuadernos tienen el mismo precio.
b. ¿Cómo lograste completar la tabla?

3. Responde los ítems a y b teniendo en cuenta la siguiente información:

La siguiente tabla relaciona la cantidad de personas que pintan una casa y el tiempo que emplean en hacer el trabajo. Se considera que todos los pintores tienen el mismo ritmo de trabajo.

No. de Pintores	Tiempo
10	
8	
6	
4	
2	24

a. Completa la tabla.
b. ¿Qué relación encontraste entre el número de pintores y los días que emplean en hacer el trabajo?

4. Teniendo en cuenta la siguiente información responde los ítems a y b.

Doña Julia quiere festejarle el cumpleaños a su hija Valeria y para ello invitó a sus amigos del colegio a una fiesta. Desea hacer una torta que alcance para las 75 personas invitadas, guiándose de un recetario el cual explica cómo realizar una torta para 25 personas.

Torta:

Para: 25 personas
Tiempo de preparación: 2 horas

Ingredientes:

500 gramos de harina de trigo
350 gramos de mantequilla
2cucharaditas de polvo Royal.
6 huevos.
1 cucharadita de vainilla
1 taza de leche.
400 gramos de azúcar

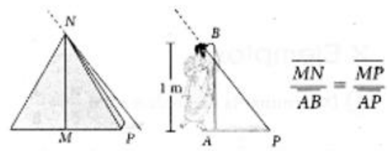
a. Ayuda a doña Julia a establecer la cantidad de ingredientes que necesita para hacer una torta para 75 personas.

Harina ________________
Polvo royal _______________
Huevos _______________
Mantequilla _______________
Leche _______________
Azúcar _______________

b. ¿Cómo lograste establecer la cantidad de los ingredientes?

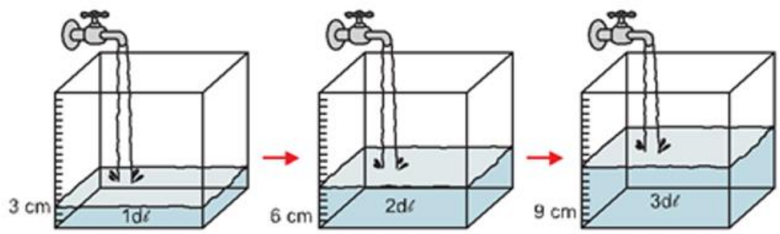
5. Responde teniendo en cuenta la información.

Tales de Mileto utilizó un método interesante para medir la altura de la pirámide de Keops, aplicando las proporciones.



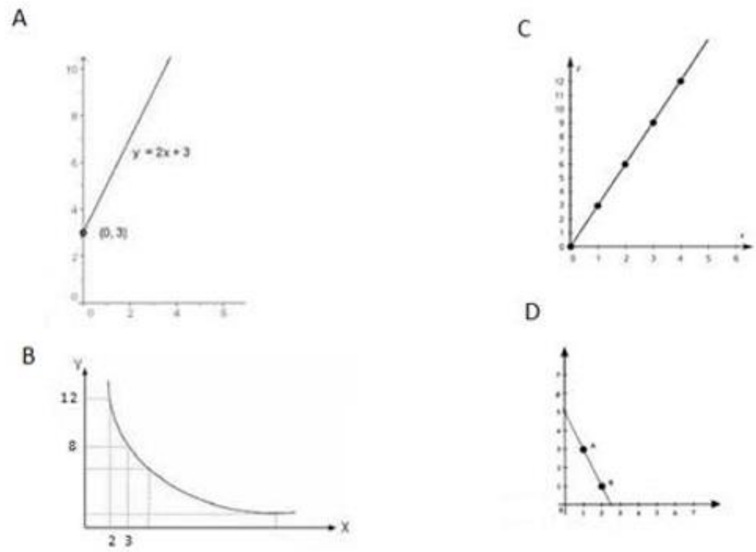
Calcula la altura de la pirámide de Keops, teniendo en cuenta que Tales utilizó un bastón de 1 m de largo que proyectó una sombra de 3 m, cuando la pirámide proyectó una sombra de 138 m.

6. Realiza los puntos a, b y c de acuerdo con la siguiente información.
María observó cómo se llenaba de agua un recipiente y decidió tomar los datos en una tabla.



Cantidad de agua (d)	1	2	3	4	5
Profundidad del agua (cm)			9		

a. Ayuda a María a completar la tabla
b. ¿Existe alguna relación entre la cantidad de agua y la profundidad? Explica tu respuesta.
c. Si María hiciera una gráfica que muestre el comportamiento de la profundidad del agua con respecto a la cantidad ¿cuál sería la más indicada?



7. Adela gana 120 pesos diarios más el 4% sobre el monto de las ventas del día. Al cabo de 18 días laborales recibe 4.220 pesos. ¿Cuál fue el monto total de las ventas durante esos días?

8. Un tren circula siempre a la misma velocidad. Tarda 6 minutos en recorrer 9 kilómetros y 10 minutos para recorrer 15 kilómetros. ¿Cuál es la distancia recorrida en 16 minutos?; ¿Cuál es la distancia recorrida en 30 minutos?

ANEXO 2 Actividad 1 Comprendiendo las razones y las proporciones.

	EJÉRCITO NACIONAL **LICEO DEL EJÉRCITO "PATRIA" SECTOR NORTE "B"** **LICEO "COLOMBIA"** **Actividad No.1**	**Área Ciencias Exactas** **Grado: Séptimo**	Recognised for excellence 3 star - 2016

Comprendiendo las razones y las proporciones

Objetivo: Comprender el uso de las razones y las proporciones

Nombres y apellidos:

Materiales: Libreta de apuntes ,lápiz, 60 palillos, dos octavos de cartulina y regla.

Recordemos:

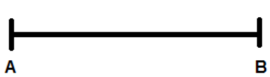
Magnitud se denomina a la cualidad que tiene un objeto a la que se le puede asignar una medida.

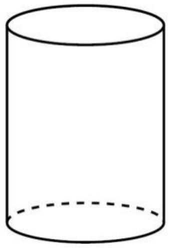
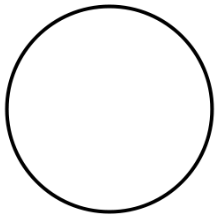
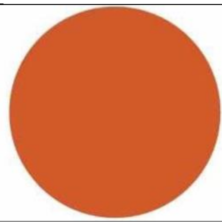
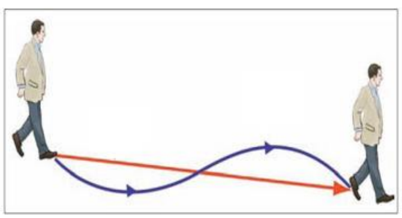
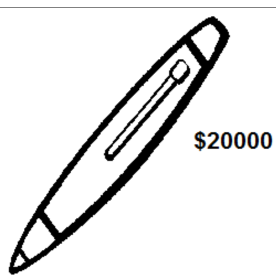
Una **razón** es una relación entre dos magnitudes (usualmente de comparación). La razón entre las magnitudes **A y B** se expresa de la forma **A:B o** $\frac{A}{B}$ y se lee "A es a B".

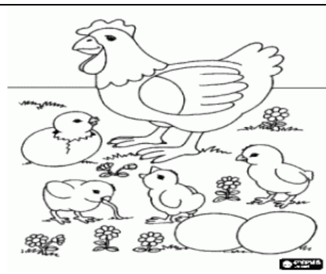
Una **proporción** es una igualdad entre dos razones**,** se expresa **A:B:: C:D o** $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ y se lee " A es a B como C es a D".

Desarrollo de la Actividad

1. Identifique las magnitudes dadas y lo que se mide en cada una de las siguientes situaciones

	***Magnitud:*** segmento ***Medida***: longitud
	***Magnitud:*** ***Medida***:

	***Magnitud:*** ***Medida*:**
	***Magnitud:*** ***Medida*:**
	***Magnitud:*** ***Medida*:**
	***Magnitud:*** ***Medida*:**
	***Magnitud:*** ***Medida*:**
	***Magnitud:*** ***Medida*:**

	***Magnitud:*** ***Medida***:

2. Determine algún tipo de relación entre las dos magnitudes y si es el caso que no exista relación, explica tu respuesta

Ejemplos:

1. El espacio recorrido por un móvil y el tiempo empleado.
   Entre más espacio recorra un móvil, mayor será el tiempo empleado y entre menos espacio menor será el tiempo empleado.

2. El número de hermanos y el colegio donde estudian.
   Son independientes, una magnitud no varía en función de la otra, no existe ningún tipo de relación.

Vamos a practicar….

a) El lado de un cuadrado y su perímetro.

b) El número de obreros que se necesitan para realizar una obra en un tiempo determinado.

c) El número de autos que pasa por un sitio de una carretera a medida que pasa el tiempo.

d) La cantidad de artículos que vende el señor de la tienda y la gente que transita en la calle.

e) La cantidad de combustible que consume un vehículo de acuerdo con la distancia que recorre.

f) La cantidad de tinta de un cartucho de impresora y las hojas impresas.

g) La cantidad de enfermos de un hospital y las flores que vende el señor de la esquina.

h) El número de cajas de cierto producto y el espacio que ocupan.

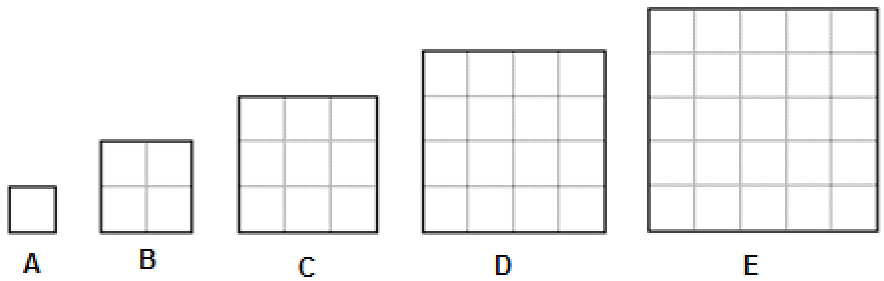
i) El número de cabras de un rebaño y su producción de leche.

j) La cantidad de huevos y los miembros de una familia.

k) La cantidad de animales y la comida que se compra para un solo mes.

3. Complete y conteste

a) Determine el lado de cada cuadrado, sabiendo que el cuadrado más pequeño tiene 1 cm de lado, en cada uno de los cuadrados de A hasta E y completa la tabla

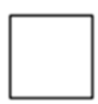


	A	B	C	D	E
Lado del cuadrado (cm)					
Perímetro del cuadrado (cm)					

b) Plantee la razón *l/p* entre cada pareja de datos de la tabla anterior, observe si encuentra alguna regularidad y señálela.

c) De manera análoga, construya una tabla como la propuesta en el literal a). en donde se incluyan las magnitudes lado del cuadrado (en cm) y área del cuadrado (en cm^2), observe si encuentra alguna regularidad, y exprésela

4. Construcciones con palillos**:** Disponer de 60 palillos y una hoja, construir triángulos y cuadrados cuyo lado esté formado por 1, 2, 3... palillos, completando la tabla que reproducimos a continuación:



Lado	Perímetro
1 palillo	
2 palillos	
3 palillos	
4 palillos	
50 palillos	

Lado	Perímetro
1 palillo	
2 palillos	
3 palillos	
4 palillos	
50 palillos	

a) Establezca la razón entre el lado y el perímetro de cada cuadrado teniendo como unidad de medida un palillo.

b) Establezca la razón entre el lado y el perímetro de cada triángulo teniendo como unidad de medida un palillo.

5. Establezca la razón entre cada par de magnitudes y su cantidad correspondiente.

Ejemplo: La relación entre chicos y chicas en el grupo séptimo es de 2 chicos por cada 3 chicas

$$\frac{\boldsymbol{número\ de\ chicos}}{\boldsymbol{números\ de\ chicas}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$$

a) En un edificio cuyo frente tiene forma rectangular, la longitud de su base es 50 m y la longitud de su altura es 150 m

b) En la biblioteca de un colegio, por cada cuatro libros de matemáticas existentes, hay un libro de geometría.

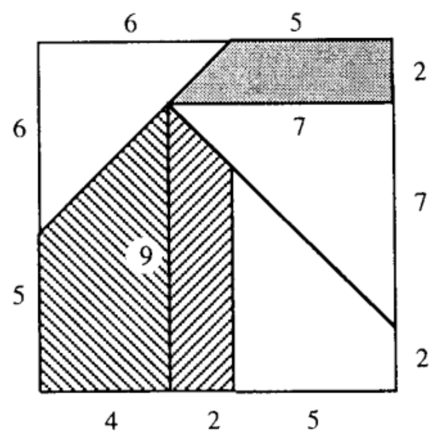
c) Al llegar a la estación de gasolina y tanquear su automóvil hasta llenar el tanque, Daniel debió comprar 5 galones de gasolina, pero también notó que el conductor de un camión que se encontraba al lado debió usar 25 galones de gasolina para llenarlo.

d) En la cuadra donde vivo, existen cinco autos por cada dos camiones que hay.

e) En un salón de clase de cierto colegio, por cada 12 mujeres hay 28 hombres.

f) En una determinada ciudad, por cada por cada cinco calles hay un CAI.

6. El púzzle**.** En la siguiente figura se presentan las piezas de un puzle. Los números escritos junto a los lados de los polígonos corresponden a las medidas de dichos lados expresadas en centímetros. Construir en cartulina este puzle, pero de mayor tamaño, de tal manera que el lado de 4 cm tenga una longitud de 7 cm. Trabajar en parejas haciendo cada uno la mitad de las piezas.



7. Resuelva las siguientes situaciones problema

a) Una máquina envasa 1200 latas de refresco en una jornada de 8 horas. ¿Cuántas latas de refresco envasara en un día que trabaje 5 horas?

b) Dos analgésicos "X y Y" han sido experimentados en dos muestras de personas de edades y situaciones clínicas similares, como remedio para el dolor de cabeza y se han obtenido los siguientes resultados:

Analgésico	No. de personas que mejoran	No. de personas que no mejoran
X	40	60
Y	90	210

¿Según los resultados cuál analgésico es más efectivo?

c) En la cafetería del Liceo Colombia se ofrecen distintas clases de alimentos. En la siguiente tabla se presenta el contenido calórico y el peso en gramos por alimento.

ALIMENTOS	CALORIAS	GRAMOS
BUÑUELOS	450	30
EMPANADAS	600	40
PALITO DE QUESO	400	50
PASTEL DE AREQUIPE	450	25

- Si por motivos de salud su nutricionista le recomienda consumir a diario uno solo de estos alimentos por día y debe seleccionar aquel que contenga menos de 18 calorías por cada gramo de peso. ¿Cuáles alimentos cumplen con el requisito?

d) Para ir al Liceo, Angie, Paula y Estefanía utilizan como medio de transporte la bicicleta. Angie vive a seis cuadras y tarda 5 minutos para llegar, Paula vive a doce cuadras y tarda once minutos y Estefanía vive a catorce cuadras y tarda doce minutos en llegar al Liceo. ¿Cuál de las estudiantes realiza con mejor promedio de rapidez todo el recorrido?

e) Si debes repartir tres chocolatinas entre cuatro de tus compañeras y quieres hacerlo de forma equitativa. ¿Cuánto le corresponde a cada una de ellas? Realiza una representación gráfica de la situación.

f) En una pequeña industria se confeccionan tres pantalones por hora. Completar la información de la tabla

Tiempo (horas)	1		6	7		10
Cantidad pantalones		9	18		27	

I) ¿Cómo obtuvieron los valores faltantes en la tabla?
II) ¿En cuánto tiempo se confeccionan 60 pantalones?
III) ¿Cuántos pantalones se confeccionan en 20 horas?

g) Se anuncia un concierto de Maluma y J. Balvin en el Coliseo el Campin. Las boletas se pueden adquirir en el supermercado **Éxito** o en **tu boleta.com** y aunque el costo de una boleta en ambos sitios es igual, se hacen dos ofertas diferentes si la compra es superior a dos boletas. **Éxito** ofrece por el costo de tres boletas cuatro entradas para el concierto y por su parte en **tu boleta.com** ofrece por el costo de cuatro boletas, cinco entradas al concierto.

I) Si en tu familia son 20 miembros y todos desean asistir ¿Cuál es la oferta más económica?

Anexo 3 Actividad 2 Cocinando proporcionalmente

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">EJÉRCITO NACIONAL
LICEO DEL EJÉRCITO “PATRIA”
SECTOR NORTE “B”
LICEO “COLOMBIA”
Actividad No.2</td><td>Área Ciencias Exactas</td><td rowspan="2">EFQM
Recognised for excellence
3 star - 2016</td></tr>
<tr><td>Grado: Séptimo</td></tr>
<tr><td colspan="4">Cocinando proporcionalmente</td></tr>
<tr><td colspan="4">Objetivo: Establecer relaciones de proporcionalidad en diversos contextos</td></tr>
<tr><td colspan="4">Nombres y apellidos:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Materiales: Un recipiente para tortas desmoldable, dos recipientes adicionales, una bolsa sellable, batidora, una cuchara, una pala y demás utensilios que deseen utilizar.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Desarrollo de la Actividad</td></tr>
</table>

Hora de Explorar

La receta de una torta de oreo de limón para seis personas contiene los siguientes ingredientes:

2 y ½ latas de leche condensada de 100 g

1 y ¼ bolsa crema de leche de 200 g

3 limones

2/3 de una barra de mantequilla de mesa de 125 g

10 paquetes de cuatro unidades de galletas oreo de chocolate de 36 g (dejar 5 para decoración)

Chispitas de chocolate al gusto

Preparación

1. Primero triturar las galletas dentro de una bolsa hasta volverlas polvo,

2. Segundo derretir la mantequilla en un horno microondas y revolver con las galletas en polvo hasta formar una mezcla uniforme,

3. Tercero repartirla uniformemente en el fondo, en un molde de 24 cm de diámetro, preferiblemente desmoldable,

4. Poner a congelar.

5. Al tiempo en otro molde mezclar el zumo de limón, con la leche condensada y la crema de leche, batir hasta que su consistencia sea espesa (preferiblemente utilizar batidora, si es posible),

6. La anterior mezcla se deposita sobre la del molde, repartir de manera uniforme,

7. Decorar con las galletas oreo adicionales y las chispitas de chocolate

8. Poner a congelar durante cuatro horas como mínimo, se recomienda consumir 24 horas después de su preparación.

Estableciendo proporciones

1. Describe la cantidad de ingredientes que se necesitan para un postre de 30 personas

_______ leche condensada

________ crema de leche

________ limones

________ mantequilla

________ galletas oreo de chocolate

2. Explique cómo determino la cantidad necesaria de ingredientes para un postre de 30 personas

Anexo 4 Actividad 3 Escala proporcionalmente

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">EJÉRCITO NACIONAL

LICEO DEL EJÉRCITO “PATRIA” SECTOR NORTE “B”

LICEO “COLOMBIA”

Actividad No.3</td><td>Área Ciencias Exactas</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Grado: Séptimo</td></tr>
<tr><td colspan="4">Escala proporcional</td></tr>
<tr><td colspan="4">Objetivo: Realizar un determinado recorrido entre cuatro puntos del Liceo y como unidad de medida el paso de los integrantes del grupo hacer un mapa a escala del recorrido.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Nombres y apellidos:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Materiales: Libreta de apuntes, lápiz.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Desarrollo de la Actividad</td></tr>
</table>

1. Formar grupos de cuatro personas.

2. Teniendo en cuenta como unidad de medida el paso de cada uno de los integrantes del grupo, realice el siguiente recorrido, utilizando como punto de partida el patio de la Virgen:

a) **Grupos 1 y 5**. Trasladarse a la puerta de la rectoría, al mesón de la cafetería, sala de profesores, puerta de club y regresar al patio de la virgen.

b) **Grupos 2 y 6**. Trasladarse a l mesón de la cafetería, a la rectoría, puerta del club, sala de profesores y regresar al patio de la virgen.

c) **Grupos 3 y 7**. Trasladarse a la sala de profesores, a la puerta del club, al mesón de la cafetería, a rectoría y regresar al patio de la virgen.

d) **Grupos 4 y 8**. Trasladarse a la puerta del club, sala de profesores, rectoría, mesón de la cafetería y regresar al patio de la virgen.

3. Realice un esquema del recorrido

4. Al realizar cada desplazamiento contar el número de pasos obtenidos y registrarlos en la siguiente tabla

Integrantes	D1	D 2	D3	D 4	D Total	Tiempo

5. Realice el esquema de la parte 3 a escala señalando en el mapa la distancia recorrida en cada desplazamiento, teniendo en cuenta como escala

$$\mathbf{1}\ \boldsymbol{paso} = \mathbf{1}\ \boldsymbol{mmenelmapa}$$

6. Responda las siguientes preguntas

a) ¿Qué grupo se desplazó más rápido?

b) Si en lugar de usar en el esquema como unidad de medida del paso 1mm, se cambia por 1cm, ¿Cómo se afectaría el esquema?

c) Si en lugar de usar en el esquema como unidad de medida del paso 1mm, se cambia por 1m, ¿Cómo se afectaría el esquema?

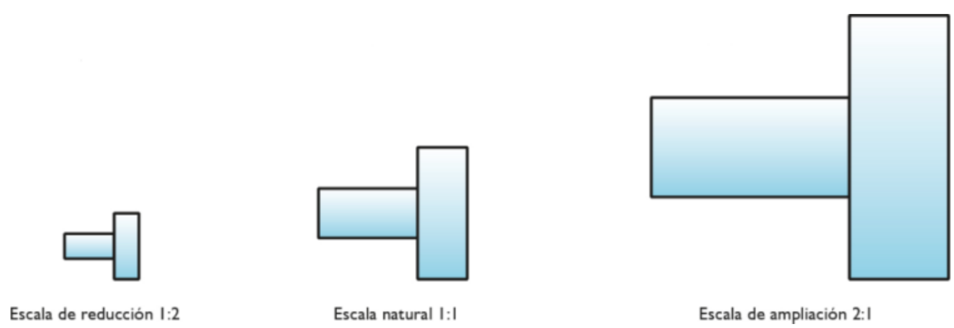
7. Realice los siguientes problemas, teniendo en cuenta lo prendido

a) La distancia entre Madrid y Burgos es 243 km. En el mapa, la distancia entre ambas ciudades es 8,1 cm, ¿a qué escala está dibujado el mapa?

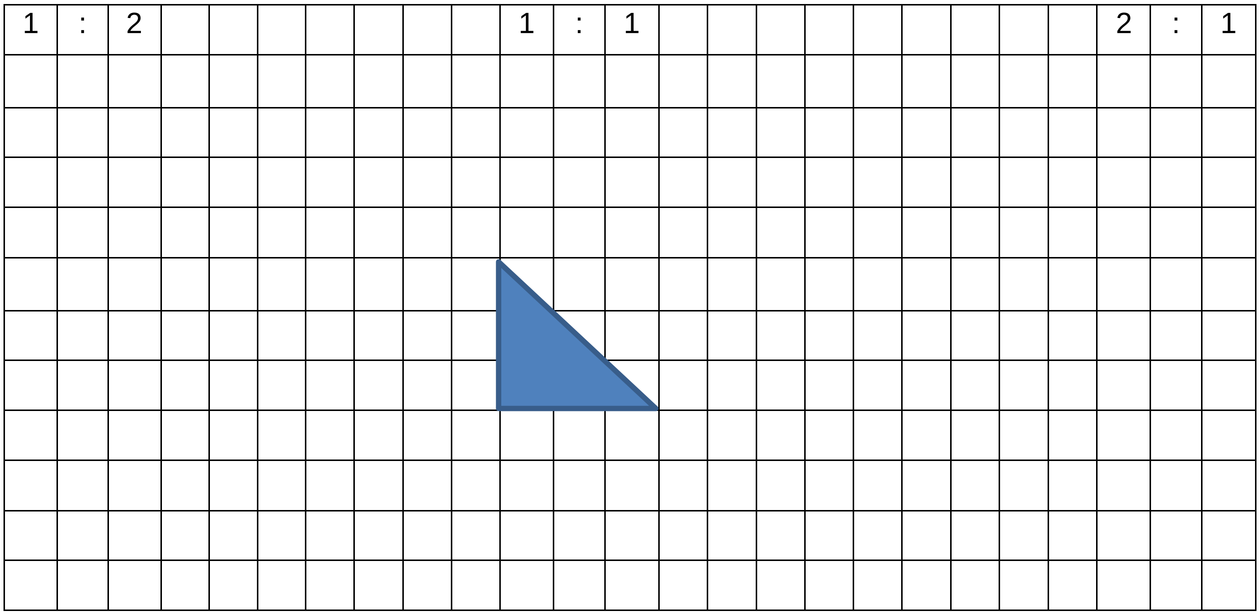
b) Se ha construido el plano de una habitación cuyas dimensiones son 9 m de largo y 6 m de ancho. En el plano, el largo de la habitación es 12 cm. Calcula: ¿A qué escala está dibujado el plano? Y ¿Cuál es el ancho de la habitación en el plano?

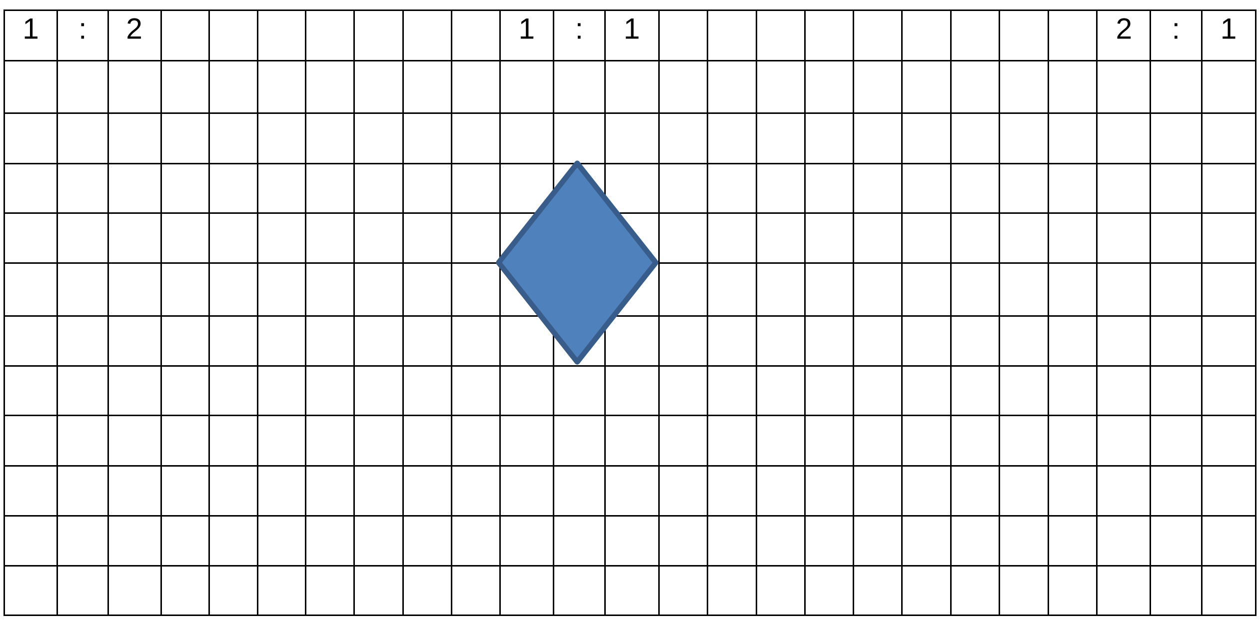
c) Un mapa de España está construido a escala 1:2500000. ¿A cuántos kilómetros se encuentran dos ciudades que en el mapa están separadas 10 cm?

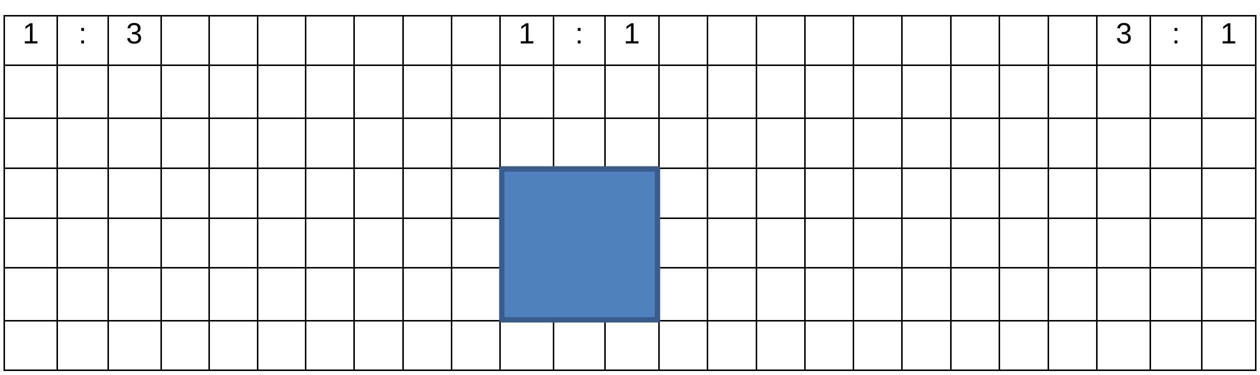
d) Teniendo en cuenta el siguiente ejemplo, realice los siguientes ejercicios.



Dibuja en las cuadrículas las figuras faltantes.


1 : 2
1 : 1
2 : 1


1 : 2
1 : 1
2 : 1


1 : 3
1 : 1
3 : 1

Anexo 5 Actividad 4 Medición de distancias y alturas

	EJÉRCITO NACIONAL **LICEO DEL EJÉRCITO “PATRIA” SECTOR NORTE “B”** **LICEO “COLOMBIA”** **Actividad No.4**	**Área Ciencias Exactas**	EFQM Recognised for excellence 3 star - 2016
		Grado: Séptimo	

MEDICION DE DISTANCIAS Y ALTURAS

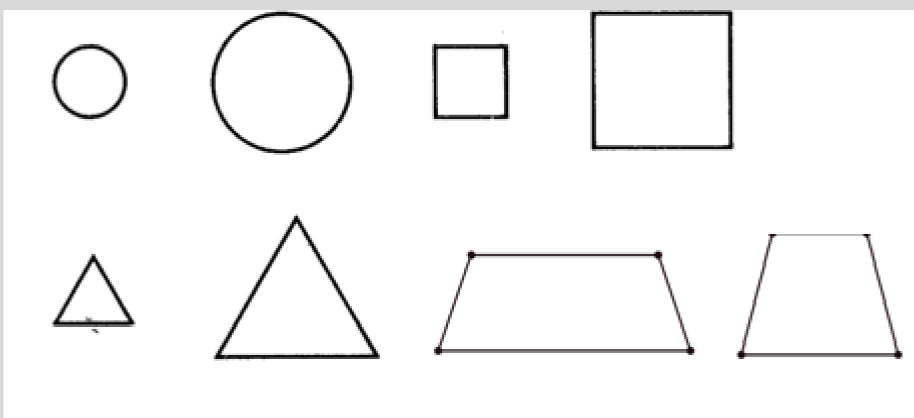
Objetivo: Comprender el uso intuitivo del concepto de razón para el cálculo de distancias y alturas

Nombres y apellidos:

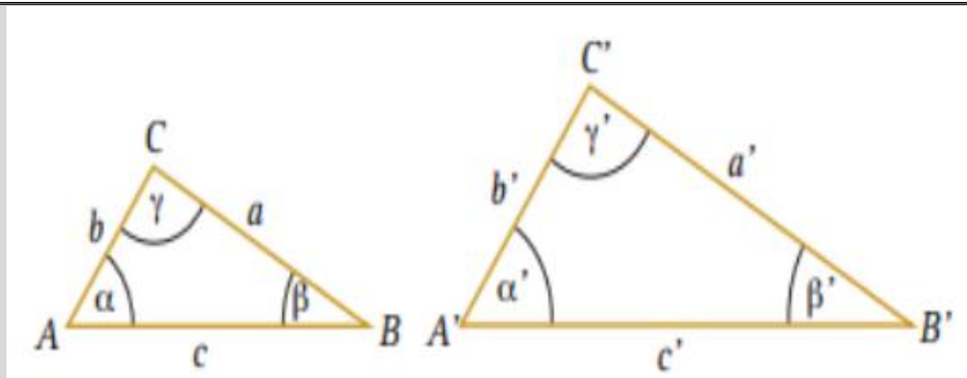
Materiales: Libreta de apuntes, lápiz.

Recordemos

Dos figuras son semejantes, si tienen exactamente la misma forma, pero no necesariamente el mismo tamaño. Por ejemplo, las dos circunferencias, los dos cuadrados o los dos triángulos equiláteros son semejantes. En cambio, los trapecios no lo son.



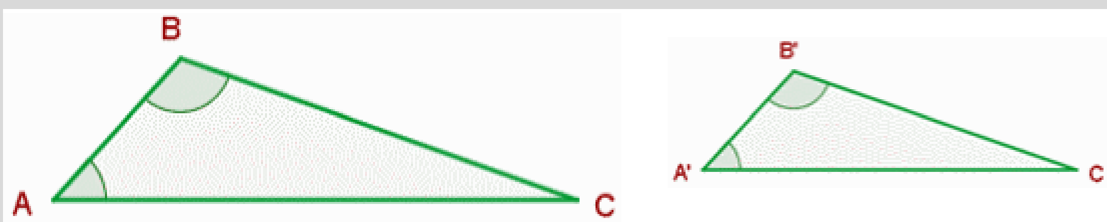
Dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma, los ángulos correspondientes son todos iguales, y los segmentos correspondientes son proporcionales. La razón de proporcionalidad se llama *razón de semejanza*. Por ejemplo, dos **Triángulos** ABC y A' B'C' **son semejantes** si tienen sus lados a, b, c y a´, b´, c’ respectivamente proporcionales sus ángulos respectivamente iguales. Esto es si $\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = r$ y A=A´, B=B´y C=C’.



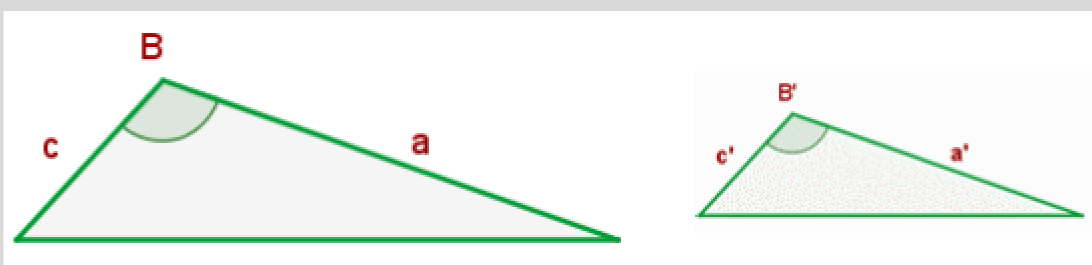
Criterio de semejanza de triángulos

Se llaman Criterios de Semejanza de dos triángulos, a un conjunto de condiciones tales que, si se cumplen, tendremos la seguridad de que los triángulos son semejantes. Esos criterios o casos son:

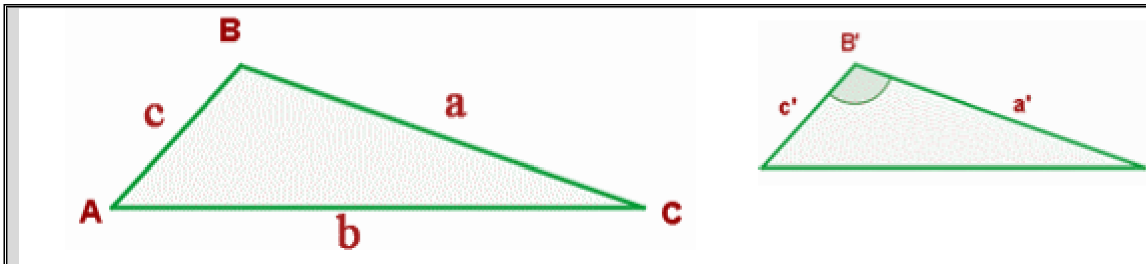
Criterio ángulo - ángulo (AA): Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos respectivamente iguales (congruentes).



b. Criterio Lado - Ángulo - Lado (LAL): Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales e iguales el ángulo comprendido entre ellos.



c. Criterio Lado - Lado - Lado (LLL): Dos triángulos son semejantes si tienen sus tres lados respectivamente proporcionales.



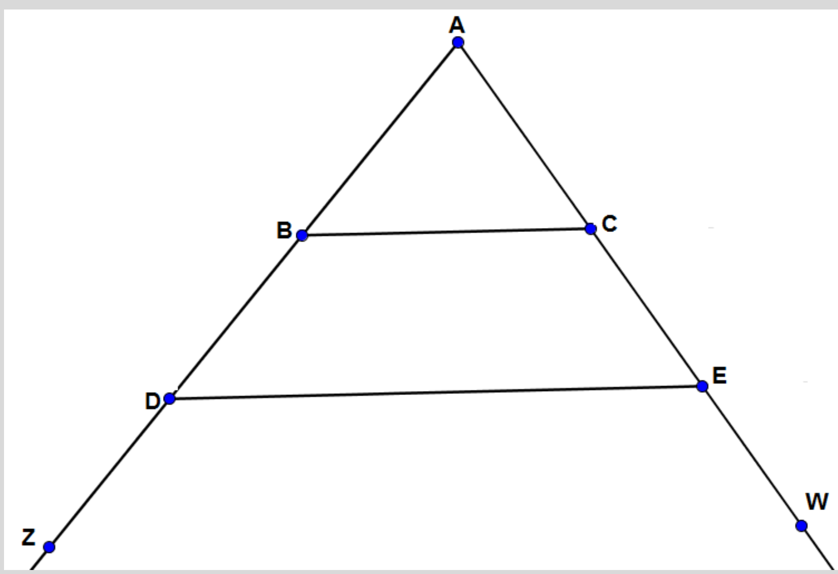
Teorema de Tales

A raíz del concepto de semejanza basado en las proporciones entre la pirámide y su bastón, surge el “teorema fundamental de la semejanza entre triángulos”, o también conocido como “teorema de Tales.”

Al cortar los lados de un ángulo cualquiera por dos paralelas, los segmentos de los lados del ángulo determinados por las paralelas son proporcionales; esto es,

Sea ZAW un ángulo; BC y DE dos paralelas que cortan las rectas ZA y AW entonces

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AD}$$

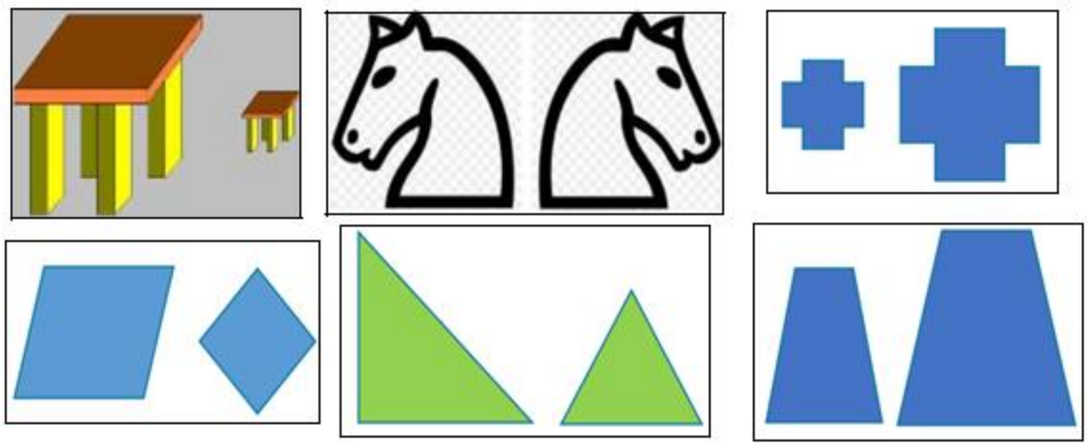


$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CE}}$$

Se utiliza la notación AC como segmento y $\overline{AC}$ como longitud del segmento.

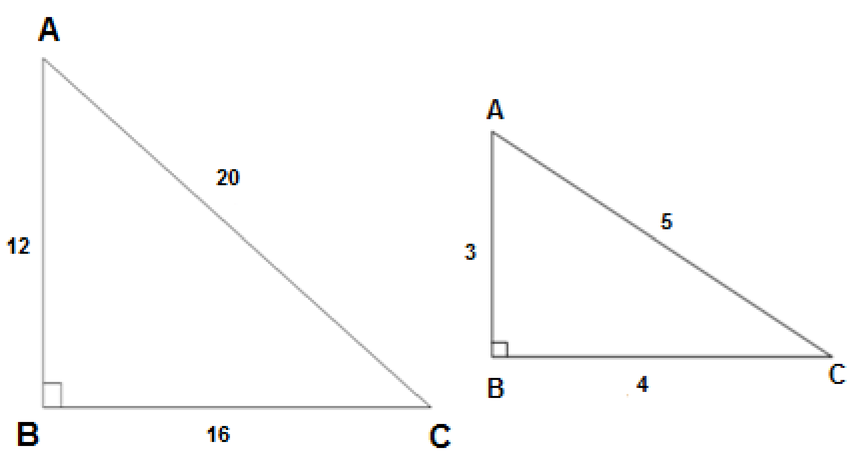
Desarrollo de la Actividad

1. En los siguientes pares de figuras en cada recuadro indique cuáles cree que son semejantes, cuáles no y explique por qué.

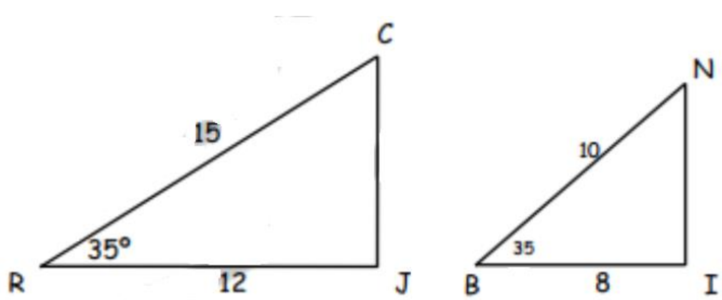


2. En los siguientes pares de triángulos, indique cuales son semejantes, cuales no y por qué.

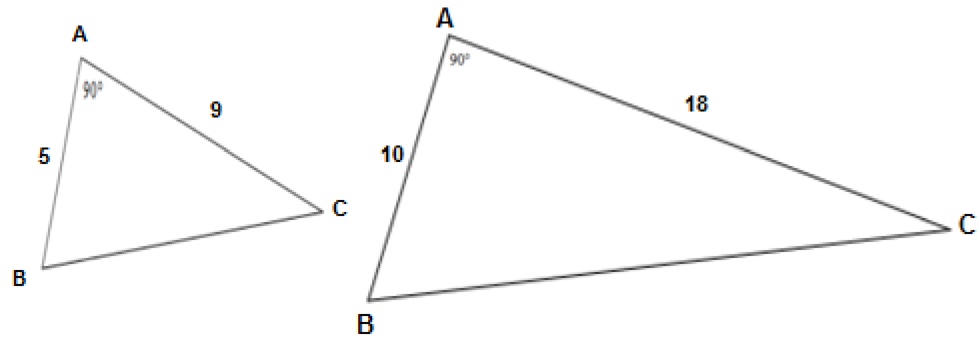
a)



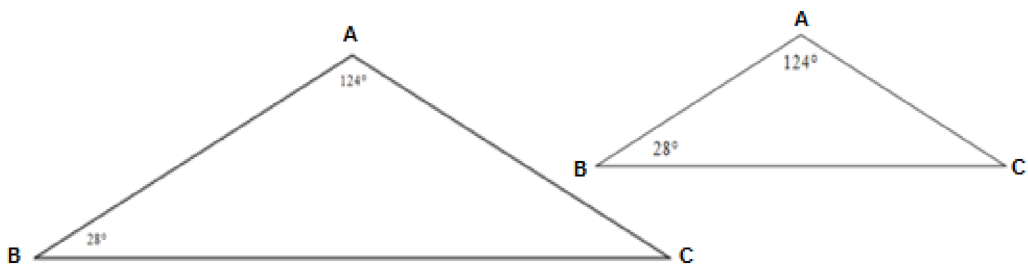
b)



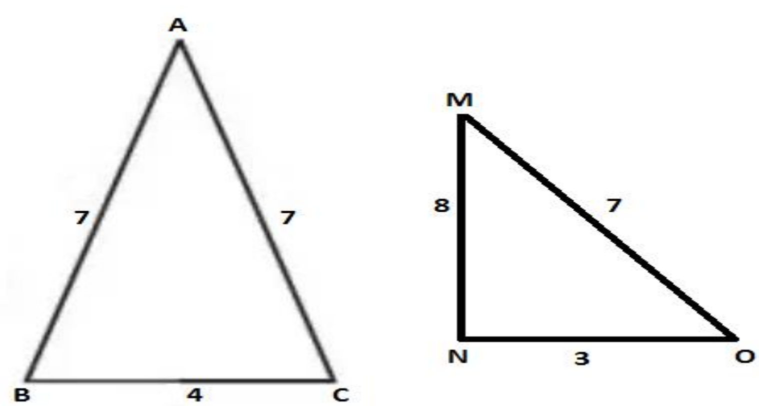
c)



d)



e)



3. Tales de manera intuitiva calculó la altura de una pirámide. Él da muestra de lo ingeniosa y sencilla que puede ser la solución dada a un problema. Las siguientes actividades están basadas en el Teorema de Tales.

3.1 Cálculo de la altura de un objeto

3.1.1. Formar con sus compañeros grupos de cuatro personas
3.1.2 Uno de los miembros del grupo debe pararse junto a un edificio del colegio.
3.1.3. Mida la longitud de la sombra del edificio (*Lse*).

3.1.4. Mida la longitud de la sombra de uno de sus compañeros (*Ls*).
3.1.5. Mida la altura de su compañero (h).
3.1.6. Con estos datos puede establecer una relación para calcular la altura del edificio (H).

$$\frac{H}{Ls} = \frac{h}{Lse}$$

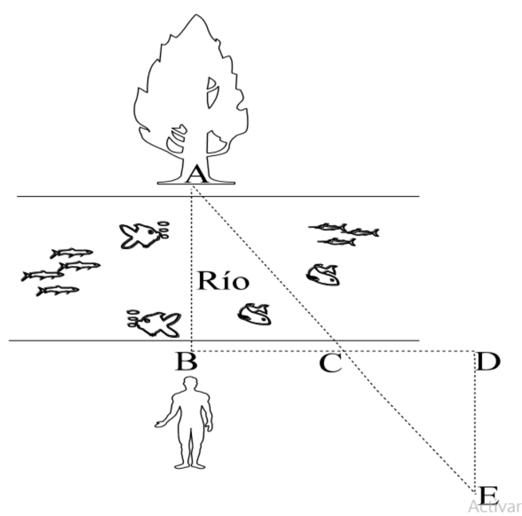
3.1.7. Conteste las siguientes preguntas

a) ¿Por qué es válida esta relación?

b) Calcular H, con la relación establecida.

3.2*Cálculo de la distancia*

Cuando una persona se encuentra frente a un río o a otra estructura, a veces se hace necesario conocer su anchura. Hoy vamos a calcular el ancho de la cancha de voleibol del Liceo (en nuestra imagen de referencia el rio), ubicada en el Club del Círculo de suboficiales de ejército. Sobre el lado opuesto de la cancha (rio) se ubica un objeto que sirva de referencia, como por ejemplo un árbol o una roca, los arbustos al que llamaremos el punto A (en la imagen el árbol). Colóquese en el otro lado exactamente al frente del punto A y marque este punto como B. Camine en línea recta, de forma que en B se forme un ángulo recto. Marque un punto C sobre esta horizontal. Siga caminando un poco más en la misma línea y marque un punto D. Gire un cuarto de vuelta (90°) de modo que quede dando la espalda a la cancha (en la imagen el río). Camine en línea recta y marque un último punto E. Desde este punto debe poder observar el punto A que sirvió como referencia. Observe la imagen y ayúdese con ella.



a) ¿Qué tipos de figuras geométricas se obtienen y qué características tienen?

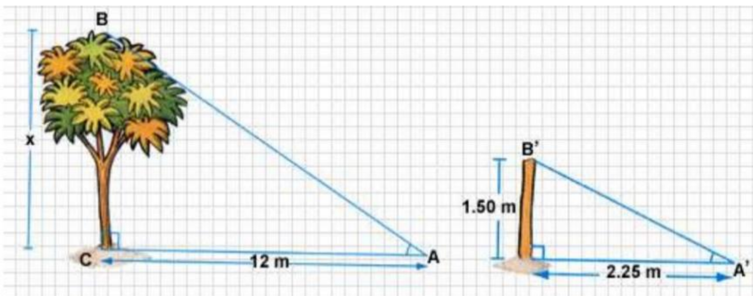
b) ¿Cómo son los ángulos de estas figuras?

c) Marque en la figura las parejas de ángulos iguales. Mide con la cinta métrica las distancias BC_______CD________ y DE________.

d) Establezca una proporción entre los lados de las figuras geométricas y calculé la anchura AB de la cancha.

4. Resuelva las siguientes situaciones problemas

a) Encuentre el valor de x.



I) ¿Son semejantes las figuras que se forman con la sombra del árbol y la vara? Justifique su respuesta.

II) En caso afirmativo, hall la razón de semejanza.

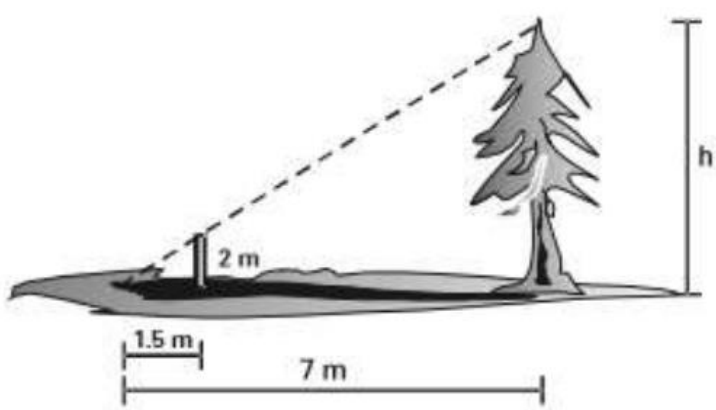
III) ¿Cuál sería la escala entre ambas?

IV) Halle sus áreas y perímetros.

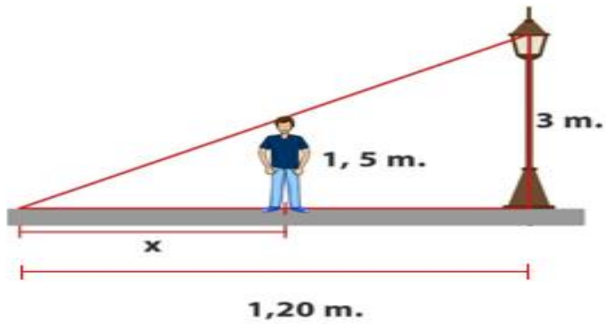
V) Halle la razón entre sus lados y áreas.

VI) Halle la razón entre sus lados y perímetros.

b) Calcule la altura de un árbol que proyecta una sombra de 7 metros y, en el mismo plano, una barra vertical que mide 2 metros de altura proyecta una sombra de 1.5 metros.



c) Nicolás mide 1,50 m. de altura, se encuentra a 1,20 m. de un poste que tiene encendida su luminaria a 3 m. del suelo, ¿cuál es el largo de la sombra que proyecta Nicolás?


3 m.
1, 5 m.
x
1,20 m.

Anexo 6 Actividad 5 Proporcionalidad en otros contextos

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">EJÉRCITO NACIONAL
LICEO DEL EJÉRCITO "PATRIA"
SECTOR NORTE "B"
LICEO "COLOMBIA"
Actividad No.5</td><td>Área Ciencias Exactas</td><td rowspan="2">Recognised for excellence
3 star - 2016</td></tr>
<tr><td>Grado: Séptimo</td></tr>
<tr><td colspan="4">Proporcionalidad en otros contextos</td></tr>
<tr><td colspan="4">Objetivo: Promover en los estudiantes la importancia de las matemáticas en otras áreas del conocimiento</td></tr>
<tr><td colspan="4">Nombres y apellidos:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Materiales: Libreta de apuntes, lápiz.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Esta actividad se realiza con el fin de que el estudiante relacione el tiempo recorrido total, parcial y en distancias determinadas, hasta llegar al concepto de velocidad; se le solicita que camine al mismo ritmo para mantener una velocidad constante en su recorrido; de esta manera, se pretende que a través de situaciones cotidianas y ejercicios prácticos, se analicen, comparen e interpreten acertadamente diferentes situaciones prácticas, para encontrar el tipo de relación existente entre las magnitudes que intervienen en el ejercicio realizado.

Recordemos La velocidad es el cambio del espacio con respecto al tiempo, es decir,
$$velocidad = \frac{espacio\ recorrido}{tiempo}$$</td></tr>
<tr><td colspan="4">Desarrollo de la Actividad</td></tr>
</table>

Los estudiantes de grado séptimo tendrán que organizarse de la siguiente manera

- Formar grupos máximo de 7 integrantes y mínimo de 6 integrantes.

Desplazarse a la cancha de fútbol, donde se realizan las clases de educación física, para realizar la siguiente actividad:

1. Sobre la cancha con ayuda de los integrantes de cada grupo, se realizan dos marcas en línea recta separadas a una distancia total de 60m

2. Después se hará una marca cada 15m, es decir en 15m, 30m, 45m y 60m, aparecerá un cono.

3. Se ubica un estudiante con un cronómetro en cada una de las marcas, donde debe registrar el tiempo, cuando uno de sus compañeros cruce delante de él.

4. Uno de los integrantes del grupo deberá irse al primer punto y realizar una caminata de los 60m

5. Simultáneamente con el inicio del recorrido, el estudiante que se encuentra en la posición de 15m acciona su cronómetro hasta que el estudiante caminante pase la marca.

6. Inmediatamente el estudiante que se encuentra en la posición de 30 m acciona su cronómetro hasta que el caminante pase por la marca, lo mismo ocurre con los estudiantes que se encuentran en las posiciones de 45m y 60m.

7. El estudiante que está en la marca de 60 m, debe tener otro cronómetro adicional en el cual registra el momento en que el estudiante caminante comienza su recorrido "0m" hasta que lo termina a los "60m".

8. Cada estudiante deberá consignar sus datos en la siguiente tabla.

No. De intentos	**Distancia total**	**tiempo total**	**Distancia Parcial 1**	**tiempo parcial 1**	**Distancia Parcial 2**	**tiempo parcial 2**	**Distancia Parcial 3**	**tiempo parcial 3**	**Distancia Parcial 4**	**tiempo parcial 4**	**Velocidad**

9. Teniendo en cuenta la tabla anterior, responda:

a) ¿Cuál es la razón distancia/tiempo entre cada pareja de datos de la tabla anterior? ¿Hay alguna regularidad? Si lo hay señálela.

b) ¿Cuál es la relación de proporcionalidad entre la distancia y el tiempo?

c) Repita los ítems a) y b) pero con las siguientes relaciones $\frac{v}{t}$ y $\frac{v}{d}$

d) Si pudiera recorrer los 120m en las mismas condiciones ¿Cuál sería el tiempo aproximado empleado en el recorrido?

10. Resuelva los siguientes problemas.

a) Un pastel para 6 personas necesita 240g de mantequilla. ¿Cuántos gramos de mantequilla se necesitan para un pastel de 30 personas?

b) La razón entre la cosecha de nueces y almendras es de 4:5, si se cosechan 60 sacos de nueces; ¿cuántos sacos de almendras se cosechan?

c. Los estudiantes de grado séptimo han decidido pintar camisetas para los 32 integrantes del curso. Calcularon que necesitaran usar 4 tarros de pintura (igual cantidad) cada 2 camisetas.

I) ¿Cuántos tarros de pintura tendrán que usar?

II) La profesora les pidió que pintaran más camisetas, para chicos de otros cursos.

III) ¿Cuántos tarros de pintura deberá comprar cada curso si en ellos hay 8, 16 y 32 chicos, respectivamente?”

d) Mientras organizaban una excursión, los estudiantes hicieron una tabla para calcular cuánto se deberá pagar por el transporte. ¿Cómo se puede completar la información que falta?

Cantidad de estudiantes	Precio transporte ($)
4	2000
8	
12	
6	
18	
24	

e. Mariano está juntando figuritas de los jugadores de su equipo preferido de fútbol y anota en la tabla el número de figuritas que va obteniendo.

Cantidad de paquetes	Cantidad de figuritas
5	20
10	40
15	
20	
50	

I) ¿Cuántas figuritas habrá conseguido con 50 paquetes

II) ¿Qué resultado obtiene cuando se realiza el cociente entre la cantidad de paquetes o la cantidad de figuritas que obtiene?

Anexo 7 Actividad 6 El porcentaje

	EJÉRCITO NACIONAL **LICEO DEL EJÉRCITO “PATRIA” SECTOR NORTE “B”** **LICEO “COLOMBIA”** **Actividad No. 6**	**Área Ciencias Exactas**	
		Grado: Séptimo	

El porcentaje

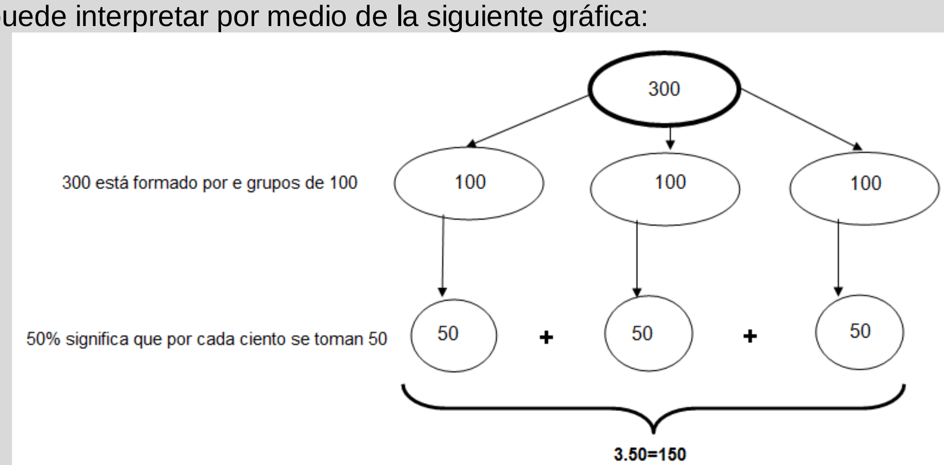
Objetivo: Identificar y resolver situaciones que involucran la proporcionalidad en el cálculo de porcentajes.

Nombres y apellidos:

Materiales: Libreta de apuntes y demás útiles escolares

Recordemos En diversas actividades de la vida cotidiana se aplica la comparación entre números. Para facilitar la comparación muchos datos numéricos se relacionan en la práctica con el número 100. El tanto por ciento es una forma de expresar un número como una razón con 100 (que significa “de cada 100”), es decir es una cantidad que corresponde proporcionalmente a una parte de 100 y su símbolo es % y significa que tantos elementos se toman de cada conjunto de 100.

Por ejemplo, se dice “el 50% de 300 estudiantes son menores de edad”. Al calcular ese porcentaje resulta que de 300 estudiante 150 son menores de edad.
Esto se puede interpretar por medio de la siguiente gráfica:



Por tanto, para hallar el 50% de 300 se toman 3 veces 50, es decir 3x50=150 (que es lo mismo que 50+50+50=150)
O también se establece la proporción como el 19% de 70 es $\frac{19}{100}=\frac{x}{70}$, y se calcula

el cuarto valor a partir de las tres cantidades dadas, el cual indicará la parte de 100.

Desarrollo de la Actividad

1. Observe los siguientes carteles y contesta las siguientes preguntas.

a) Si se compra un buzo en EPK que tiene un valor de $70000, ¿Cuáles podrían ser los descuentos?

b) Si un medicamento X cuesta $18500, ¿Cuánto tendría que pagar el cliente por su compra?

c) Si un buzo cuesta $80000 y tiene un 60% de descuento y un pantalón cuesta $65000 y tiene un descuento del 70%, ¿Cuánto se pagará por esta cuenta?

2) En el mes de octubre, según el reporte de las centrales de abasto, en la canasta familiar se han incrementado el valor de algunos productos con relación al mes de septiembre como: la papa subió un 60% su valor, la habichuela subió un 20%, la zanahoria subió 10%, el tomate 50% de su valor.

La siguiente tabla muestra el valor de los productos en el mes de septiembre:

Producto	**Valor libra ($)**
Papa	600
Cebolla	1200
Habichuela	1800
Zanahoria	1000
Tomate	1300

¿Cuál es el valor que se ha incrementado en cada uno de los productos de la canasta familiar? Se quiere mostrar en una tabla de valores que se deben pagar por cada libra de los diferentes productos. Completa la tabla indicando el valor de cada producto en el mes de octubre.

Producto	**Valor libra ($)**
Papa	
Cebolla	
Habichuela	
Zanahoria	
Tomate	

3. Resolver las siguientes situaciones problema

a) El papá de Camilo va a comprar un carro que vale $25.000.000. pagará el 40% del precio cuando se lo entreguen, y el resto en 12 mensualidades iguales.

I) Calcula el valor que deberá pagar cuando se lo entreguen.

II) Cuanto deberá pagar cada mes.

b) En los Liceos, el director general prevé que en el próximo año el número de estudiantes aumentará en un 7%. Ahora son 1500 estudiantes, ¿cuántos serán el próximo año?

c) En la asignatura de matemáticas fundamental hay matriculado 46 estudiantes, de los cuales 12 son mujeres, 18 tienen quince años de edad y el resto tienen dieciséis años de edad, y 29 reprobaran la asignatura.

I) ¿Cuántos son hombres y que porcentaje representan?

II) ¿Qué porcentaje representan las mujeres?

III) ¿Qué porcentaje representan los estudiantes que tienen quince años de edad?

IV) ¿Cuántos estudiantes tienen dieciséis años de edad y que porcentaje representan?

d) Se desea reducir y ampliar la siguiente cedula cuya dimensión son 8 cm de ancho y 5cm de alto.

5 cm

8 cm

Determine y escriba las dimensiones que tendrá la cedula para la reducción al 50% y ampliación al 150%.

Reducción 50%

_____cm

______cm

Amplicaion 150%

_____ cm

______cm

Anexo 8 Actividad 7 El transporte de canicas

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">EJÉRCITO NACIONAL

LICEO DEL EJÉRCITO “PATRIA” SECTOR NORTE “B”

LICEO “COLOMBIA”

Actividad No. 7</td><td>Área Ciencias Exactas</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>Grado: Séptimo</td></tr>
<tr><td colspan="4">El transporte de canicas</td></tr>
<tr><td colspan="4">Objetivo: Comprender el tipo de relaciones establecidas entre dos o más magnitudes.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Nombres y apellidos:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Materiales: 2 vasijas (recipientes), 120 canicas, 7cucharas.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Recordemos Dos magnitudes son inversamente proporcionales si y solo si se cumple que la razón entre dos magnitudes cualesquiera de una de las magnitudes es la inversa de la razón entre las cantidades correspondientes de la otra magnitud, es decir, sea una magnitud a que toma el valor m, se dice que es inversamente proporcional a la magnitud B que toma el valor n, cuando $\boldsymbol{m = k\frac{1}{n}}$.

Cuando el producto de los valores correspondientes a dos magnitudes A y B es constante, dichas magnitudes son inversamente proporcionales. La constante se denomina constante de proporcionalidad inversa (k), es decir

$$\boldsymbol{m.n = k}$$

Los estudiantes de grado séptimo tendrán que organizarse en grupos máximo de 7 integrantes y mínimo de 6 integrantes, se desplazarán a la cancha de fútbol, para realizar la siguiente actividad:</td></tr>
<tr><td colspan="4">Desarrollo de la Actividad</td></tr>
</table>

1. Organizarse por grupos y realizar dos marcas sobre la cancha en línea recta con una distancia total de 30 m.

2. En la marca inicial pondrán una vasija con el total de las canicas.

3. En la marca final pondrán la otra vasija.

4. Para poder realizar la actividad deberán resolver primero la siguiente situación problema.

Situación Problema: Se tiene que transportar un número establecido de canicas, con ayuda de una cuchara (sólo dos canicas por cuchara), la docente Bibiana determinó que para transportar las canicas se requiere de 3 cucharas por 20 viajes.

5. Con los datos suministrados los estudiantes deben llenar la siguiente tabla.

Número de viajes	**Cantidad de cucharas**
20	3
	1
	4
	5
	6

6. Teniendo en cuenta los diferentes datos registrados en el punto 5), durante la realización del ejercicio, responda cada uno de los siguientes ítems:

a) Realice una gráfica del número de viajes vs cantidad de cucharas. ¿Qué puede concluir de lo que observas en la gráfica?

b) Si le pidieran calcular el número de viajes, teniendo 7 cucharas con las mismas especificaciones anteriores. ¿Cuál sería el número de viajes? Justifica tu repuesta.

c) Si tuviera 20 cucharas, ¿Cuál sería el número de viajes? Justifica tu repuesta

7) Resuelve las siguientes situaciones problema.

a) Un estudiante compra un regalo por $72000 para una compañera de clase. ¿Cuánto tendrán que pagar según el número de compañeros participe?

Número de estudiantes	**Precio ($)**
1	72000
2	
3	
6	
15	
20	

b) Si 3 hombres necesitan 24 días para hacer un trabajo, ¿Cuántos días emplearán 18 hombres para realizar el mismo trabajo?

c) 6 fotocopiadoras tardan 6 horas en realizar un gran número de copias. ¿Cuánto tiempo tardarían 4 fotocopiadoras en realizar el mismo trabajo?

d) Consuelo, Elizabeth, Eduardo, Raúl, Fanny y Nora tiene cada uno $20000. Han decidido comprar, cada uno, distinto número de esferos de un mismo precio, sin que le sobre o le falte dinero. Los precios de los esferos son:

Corrientes $400, $450, $600, $700, $800, $1000, $1500, $2000
Finos $3500, $5000, $8500, $20000

Regístrenlas posibles compras en la siguiente tabla

	Consuelo	Elizabeth	Eduardo	Fanny	Nora	Raúl
Número de esferos						
Precio de cada esfero						

Según el listado de precios:

I) ¿Cuál es el número mayor de esferos que se puede comprar con $20000?

II) ¿Cuál es el número mínimo de esferos que se puede comprar con $20000?

III) Si alguno de los compradores decidiera llevar 40 esferos del mismo precio, ¿cuánto tendría que pagar por cada uno?

IV) ¿Qué resultado obtienen cuando multiplican el número de esferos que compra cada persona por el precio que tiene que pagar por cada uno?

e) Paco está pensando en colocar un criadero de pollos en su granja. Él estuvo averiguando, con los encargados de otras granjas, el tiempo que dura el alimento dependiendo el número de pollos que se crían; halló la información que aparece en la siguiente tabla.

Número de pollos	500	400	250	200	20	
Días	20	25	40			100

Paco pensó en completar la tabla con los siguientes interrogantes:

I) Si criara 200 pollos, ¿para cuántos días alcanzará la comida?

II) Y ¿Si criara 20 pollos?

III) Si comprara comida para 100 días, ¿Cuántos pollos podría criar?

IV) Si se multiplica el número de pollos por el número de días, ¿qué valor se obtiene?

Bibliografía

1. Ausubel, Novak, Hanesian (1983). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. 2º Edición TRILLAS México.

2. Adrián, J. (2007). Desarrollo cognitivo del Adolescente. Capitulo II. Aprendizaje y desarrollo de la personalidad. (SAP001). Página: www3.uji.es/.../Apuntes%20Tema%202%20El%20desarrollo%20cognitivo%20del%2., Pág. 5.

3. Álvarez, Colorado, Ospina, (2011). Aprendizaje Significativo en el área de las matemáticas. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Quindío. 611 – 621.

4. Ben-Chaim, Fey, Fitzgerald, Benedetto y Miller (1998), El razonamiento proporcional en alumnos de 7º grado con diferentes experiencias curriculares. Educational Studies in Mathematics (Traducido por María Gallego GPDM).

5. Bloch, E. (2011). Proofs and Fundamentals. A first Course in Abstract Mathematics. Second Edition. Editorial Board. Publicado por Springer.

6. Calvo, C. (1988) Matemáticas Bibliografía y documentación. Ministerio de Educación y Ciencia.

7. Ceballos, E. Propuesta para la enseñanza de la proporcionalidad en el grado octavo de la institución educativa María Josefa Marulanda del municipio de la Ceja. Unal. Bogotá.

8. Correa y otros (2006). Teoría de la proporción Pitagórica. Escritos Vol 14 Universidad de Salamanca.

9. Corry, L (1994). La teoría de las proporciones de Eudoxio interpretada por Dedekind. www.tau.ac.il/~corry/publications/articles/pdf/Dedekind-Eudoxus.pdf

10. Daza, J. (2014) Propuesta didáctica para la enseñanza para la enseñanza de las proporciones en el grado séptimo de la institución educativa departamental San Miguel. Unal. Bogotá

11. Doczi, G. (1996). El poder de los límites; proporciones armónicas en la naturaleza, el arte y la arquitectura, Ed. Troquel, Buenos Aires.

12. Duarte V. (2009) “Aprendizaje Significativo y Mecánico” http://excellereconsultoraeducativa.ning.com/profiles/blogs/aprendizaje-significativo-y

13. Flores, P. (2003). Aprendizaje en matemáticas. Universidad Granada de España. www.ugr.es/~pflores/textos/cLASES/CAP/APRENDI.pdf

14. Gómez, M (2011) La constante Φ y sus implicaciones en el estudio de la proporcionalidad. Unal. Bogotá.

15. Gairín, Oller, (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.

16. Godino y Batanero (2002). Proporcionalidad. Matemáticas y su didáctica para maestros. www.ugr,es/local/jgodino/edumat-maestros/

17. Herrada, F (2014). Propuesta Didáctica para la Enseñanza Aprendizaje de los conceptos de fuerza y movimiento para los estudiantes de grado décimo del Iparm. Unal. Bogotá.

18. Guacaneme, E. (2012). Teoría euclidiana de la proporción en la construcción de los números reales: ¿un asunto útil para un profesor? Profesor del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Revista Tecné, Episteme y Didaxis N.º 31, 113-131.

19. Guzmán, M. (2001). Apolonio (en Un retablo de historias matemáticas. Pensamientos en torno al quehacer matemático, Madrid.

20. Gutiérrez, S. (2009). Luca Pacioli y la Divina Proporción. Revista Sumat 61. Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas Emma Castelnuovo, Julio, Paginas 107 a 112.

21. Holguín, C. (2012). Razonamiento Proporcional. Unal. Bogotá.

22. Herrera, F. (2014). Propuesta Didáctica para la enseñanza Aprendizaje de los Conceptos de Fuerza y Movimiento para los estudiantes de Grado Décimo del IPARM. Unal. Bogotá

23. Jaramillo, L (2012) La proporcionalidad y el desarrollo del pensamiento matemático. Unal. Medellín.

24. Lopera, C. (2014) Diseño de una unidad de enseñanza potencialmente significativa que movilice el aprendizaje de la proporcionalidad directa e inversa a través de las TIC en el grado séptimo de la institución educativa el Pedregal del municipio de Medellín. Unal. Medellín.

25. Martinón, A. (1990). La teoría de las proporciones de Euclides. Universidad de la Laguna. Revista Synthese vol. 84

26. Mejía, F. (2009). Proporciones y progresiones. Universidad de Medellín. Sello Editorial Universidad de Medellín, Medellín.

27. Mochón, S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el anejo de la regla de tres. Educación Matemática Vol. 24 México.

28. Moise, E. (1966). Geometría Moderna. Editorial Addison Wesley Iberoamericana, Harvard University. Edición Español, E.U.

29. Muñoz, C. (2014). La Matemática en la Contabilidad: La Influencia de la teoría de las proporciones. Segundo simposio Internacional de Contaduría. Universidad Libre. Bogotá

30. Obando, Vasco, Arboleda (2014). Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. Revista Latinoamericana de Investigación matemática educativa (59-81).

31. Puertas, M. (1991) Euclides *ELEMENTOS* Libro V y VII. Editorial Gredos. Biblioteca Clásica.

32. Reyes, D. (2013) La transversalidad de la proporcionalidad. Secretaria de Educación Pública. México.

33. Ríos, J (2013) La enseñanza de la proporcionalidad directa desde la metodología

34. Rodríguez, M (2004) “La teoría del Aprendizaje Significativo” Centro de Educación a Distancia (CEAD), Pamplona, España C.P. 38009

35. Toledo, Y (2010). Sección Aurea en arte, arquitectura y música. http://matematicas.uclm.es/ita-cr/web_matematicas/trabajos/240/La_seccion_aurea_en%20arte.pdf

36. Knorr, W. (1992) De exhaución a cortaduras: primeras etapas de la teoría griega de las proporciones. Mathesis 8 (1 – 12).

37. Vargas, H. (2014). Ideas para enseñar: Propuesta didáctica de la sección áurea manifestada en la pintura y la fotografía Revista Iberoamericana Unión- Número 40

38. Viso, E. (2000). La proporción en el arte. Arquitectura, escultura y pintura. www.iesbahiadebabel.com/proyectos/rendimiento/assets/pdf/proporcion_arte.pdf